

Proposition de corrigé

Concours : e3a - Polytech

Année : 2010

Filière : MP

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

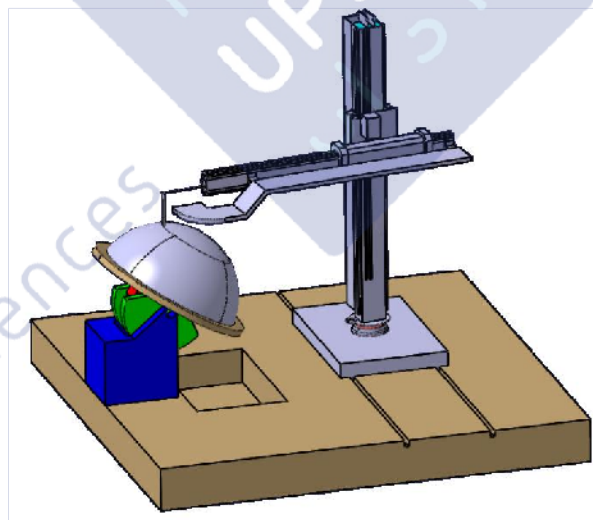
Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

MACHINE DE SOUDAGE AUTOMATISEE

Le candidat est invité à formuler toute hypothèse cohérente qui lui semblerait nécessaire pour pouvoir répondre aux questions posées.



1. PRESENTATION DU SYSTEME ETUDIE

La société CEREC (Compagnie d'Emboutissage de RECquignie) est spécialisée dans la réalisation de fonds de réservoir. A partir d'une certaine taille, la mise en forme par emboutissage en une seule pièce n'est plus possible. Les fonds sont alors réalisés par le soudage de plusieurs segments et d'une calotte emboutis (Figure 1). Les segments sont soudés via des joints dits méridiens. Le joint entre calotte et segments sera quand à lui dit circulaire.

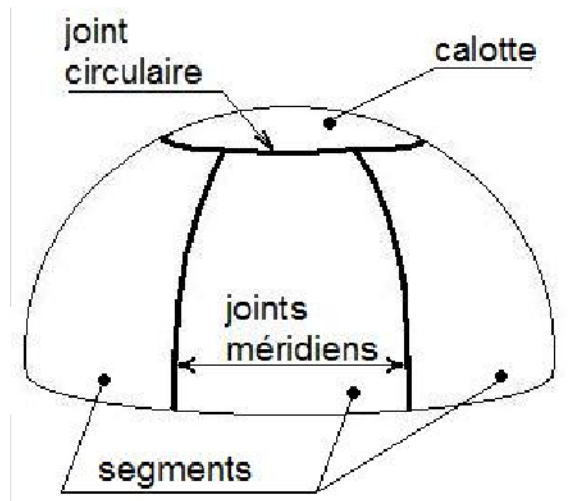


Figure 1 : Fonds hémisphériques soudés

Néanmoins, le soudage par méthodes « classiques » nécessite un temps relativement long compte tenu des dimensions. En effet, le diamètre des plus grands réservoirs cylindriques peut atteindre huit mètres. Il a donc été décidé d'adopter la méthode de soudage dite « par arc submergé » qui permet une vitesse de soudage beaucoup plus élevée.

Le principe de ce type de soudage (comme indiqué sur la figure 2) consiste à submerger la zone de soudage sous un produit pulvérulent de protection (« flux » en poudre) déposé au fur et à mesure. Cependant, ce produit de protection se disperse très facilement. Compte tenu de son prix, on évite de le gaspiller en ré-aspirant l'excédant pour le recycler.

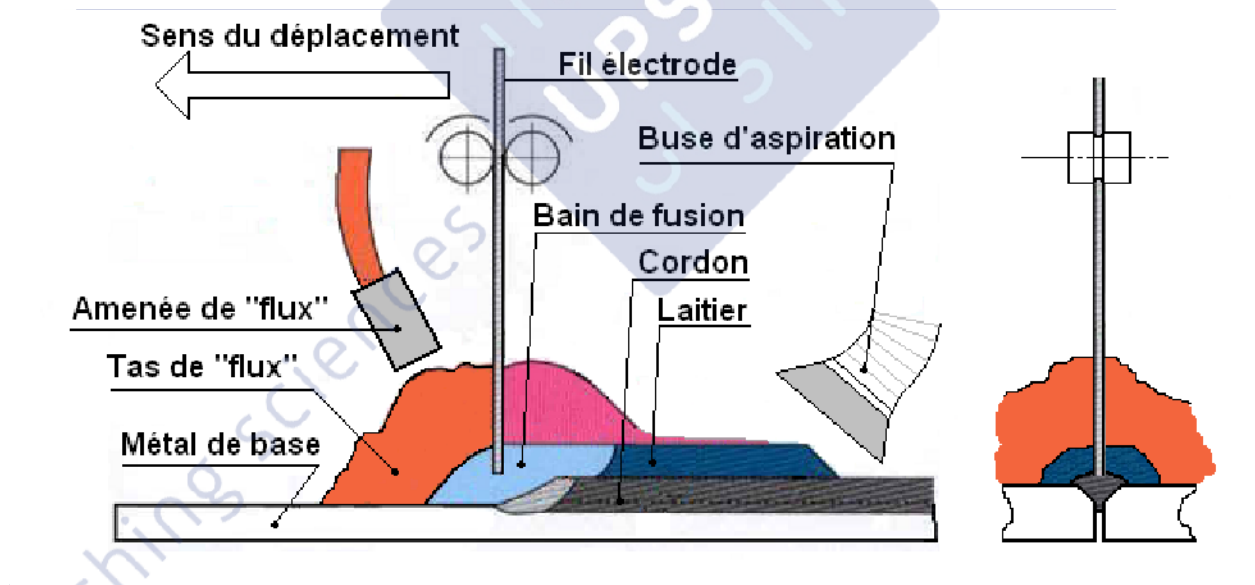


Figure 2 : Processus de soudage à arc submergé

Afin de limiter un écoulement « parasite » pouvant nuire à une submersion optimale et au recyclage du produit, on s'arrange pour que, au niveau de l'arc de soudage à protéger, le plan tangent aux surfaces soit horizontal. Cette précaution garantit une inclinaison modérée des surfaces au voisinage de la zone de fusion et donc un moindre écoulement « parasite » du « flux » en poudre. Par le respect de cette précaution, la zone de soudage sera en fait toujours située au point culminant du positionnement en cours.

Le respect de cette précaution nécessite donc l'emploi d'une machine de soudage spécialisée capable de toujours présenter la zone de soudage au sommet. La vue générale de cette machine est donnée figure 3. Elle est composée d'un positionneur et d'une potence de soudage.

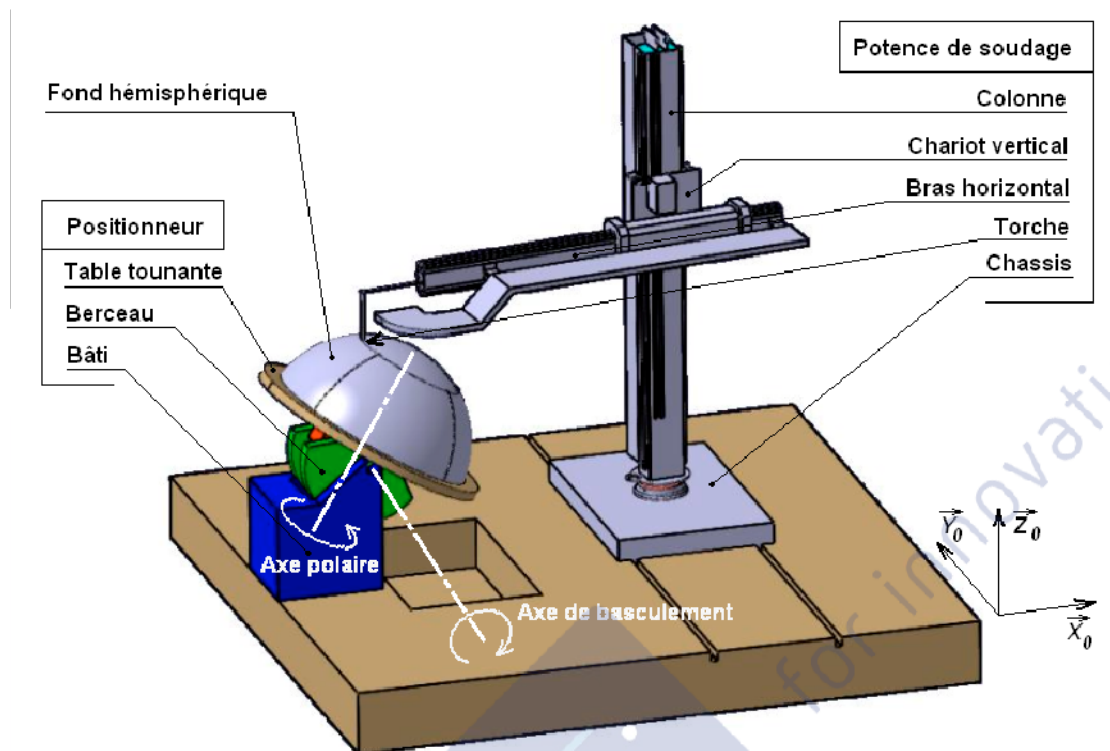


Figure 3 : Vue générale de la machine de soudage automatisée

2. DECOMPOSITION FONCTIONNELLE

La décomposition fonctionnelle de la fonction principale de la machine à souder est donnée en annexe.

Réalisation d'un fond de réservoir soudé

On récapitule les opérations nécessaires à la réalisation d'un fond de réservoir soudé :

- 1- Mise en position des segments sur la table du positionneur et préparation (opérations manuelles).
- 2- Basculement et rotation polaire de la table du positionneur pour présenter le départ du premier joint méridien au point culminant.
- 3- Positionnement de la torche de soudage au point de départ.
- 4- **Soudage d'un joint méridien par basculement du positionneur et mouvements conjugués vertical et horizontal de la potence permettant à la torche de poursuivre la zone de soudage.**
- 5- Passage au joint méridien suivant par rotation polaire de la table du positionneur.
- 6- Répétition des opérations 3, 4 et 5 en fonction du nombre de segments.
- 7- Meulage des cordons de soudure méridiens réalisés au niveau de leur intersection avec le futur joint circulaire (opération manuelle).
- 8- Mise en position de la calotte par rapport aux segments et pointage (Réalisation de points de soudure permettant de figer le positionnement relatif des éléments).
- 9- Basculement de la table afin de présenter le départ du joint circulaire au sommet.
- 10- **Soudage du joint circulaire par rotation polaire de la table du positionneur.**
- 11- Démontage du fond de cuve réalisé.
- 12- Opérations manuelles de finition.

On s'intéresse à l'automatisation des opérations 10 et 4.

3. ETUDE DE LA FONCTION TECHNIQUE FT12 : Souder la calotte (opération 10)

On suppose que les opérations précédentes ont déjà été réalisées.

3.1. Analyse des mouvements du positionneur 2 axes

3.1.1. Etude cinématique :

Le positionneur deux axes, chargé de recevoir les pièces à souder, est une chaîne ouverte de solides composée d'un bâti fixe par rapport au sol, d'un berceau basculant, portant une table tournante circulaire (cf. Figure 4). Le mouvement de basculement de l'ensemble {Berceau+Table} est assuré via une liaison pivot [Berceau-Bâti] d'axe horizontal $(O, \vec{Y}_0)$. L'angle de basculement correspondant sera noté $\theta(t) = (\vec{Z}_0, \vec{Z}_1)$, avec $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$. Le mouvement de rotation polaire de la table tournante circulaire par rapport au berceau est assuré via une liaison pivot d'axe $(O, \vec{Z}_1)$. L'angle de rotation correspondant sera noté $\phi(t) = (\vec{X}_1, \vec{X}_2)$, avec $0^\circ \leq \phi(t) \leq 360^\circ$.

Ainsi, en utilisant de façon adéquate la rotation $\theta(t)$ de basculement du berceau et la rotation polaire $\phi(t)$ de la table, le positionneur permet de toujours présenter la zone de soudage à la verticale de la torche de soudage. Pour les raisons déjà évoquées, on fait en sorte que le plan tangent aux surfaces de la zone de soudage soit toujours horizontal. Le point courant de soudage est alors situé au point le plus élevé désigné par **P** appartenant au solide S_3 .

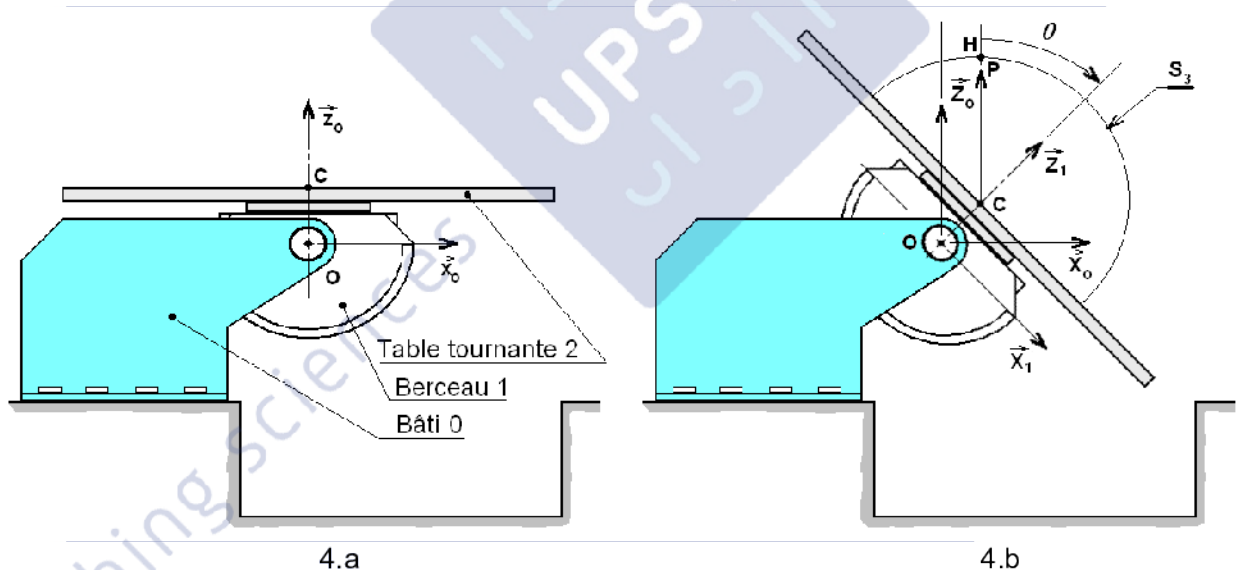


Figure 4 : 4.a – Positionneur ; 4.b - Basculement du berceau

Avec :

- $R_0(O, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$, le repère associé au bâti.
- $R_1(O, \vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1)$, le repère associé au berceau.
- $R_2(O, \vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_2)$, le repère associé à la table tournante circulaire.
- S_3 : le solide composé des segments et de la calotte. S_3 est fixé à la table tournante.
- $\vec{OC} = h \vec{Z}_1$; $\vec{CP} = R \vec{Z}_0$; $\vec{\Omega}(S_3 / R_0) = \dot{\phi} \vec{Z}_1$;
- Pour cette opération, θ est constant. On rappelle que $\dot{\phi} = d\phi / dt$.

On fait l'hypothèse que la géométrie et la position des éléments à souder sont parfaites. L'axe de la calotte S_3 est alors confondu avec l'axe de rotation polaire $(O, \vec{Z}_1)$. De même, le centre C de la base de l'hémisphère se trouve sur l'axe de rotation polaire.

Pour un angle de basculement θ fixe et pour un mouvement de rotation polaire continu autour de l'axe $(O, \vec{Z}_1)$, on note que les positions des points P du solide S_3 les plus élevés successifs coïncident avec un point fixe H de l'espace (figure 4b).

Dans ce cas de figure, il suffit de positionner la torche de soudage au point fixe H de l'espace. La potence est donc immobile durant le processus de soudage de la calotte.

Q1. Indiquer, en quelques mots, quelle sera la trace laissée par le point H sur le solide S_3 .

La trace laissée par le point H sur le solide S_3 , lieu des points de passage successifs de H sur S_3 , sera un cercle (qu'on pourrait appelé 'polaire'). Le plan de ce cercle sera perpendiculaire à l'axe $(C, \vec{Z}_1)$ de rotation de la calotte.

- Centre : O' tel que $\vec{CO'} = R \cos(\theta) \vec{Z}_1$
- Rayon : $R \sin(\theta)$

Q2. Déterminer l'expression littérale de la vitesse $\vec{V}(P \in S_3 / R_0)$ du point culminant P de l'hémisphère.

REPONSE

$$\begin{aligned} \vec{V}(P \in S_3 / R_0) &= \vec{V}(C \in S_3 / R_0) + \vec{\Omega}(S_3 / R_0) \wedge \vec{CP} \\ &= \vec{V}(C \in S_2 / R_0) + \vec{\Omega}(S_3 / R_0) \wedge \vec{CP} = \vec{V}(O \in S_2 / R_0) + \vec{\Omega}(S_2 / R_0) \wedge \vec{OC} + \vec{\Omega}(S_3 / R_0) \wedge \vec{CP} \end{aligned}$$

En effet, O étant sur l'axe de rotation polaire de la table S_2 , et également sur l'axe de basculement du berceau, on peut considérer qu'il est un point fixe du mouvement de cette table. En explicitant on obtient :

$$\vec{0} + \dot{\theta}(t) \vec{Y}_0 \wedge h \vec{Z}_1 + (\dot{\theta}(t) \vec{Y}_0 + \dot{\phi}(t) \vec{Z}_1) \wedge R \vec{Z}_0 = \dot{\phi}(t) \vec{Z}_1 \wedge R \vec{Z}_0$$

$$\text{d'où : } \vec{V}(P \in S_3 / R_0) = -R \dot{\phi}(t) \sin(\theta) \vec{Y}_0$$

Dans la suite on appellera **fond hémisphérique** l'ensemble calotte et segments. Le fond hémisphérique étant rigidement fixé sur la table, on peut considérer l'assemblage **{table+fond hémisphérique}** comme étant un solide unique.

L'un des paramètres important pour la qualité du joint soudé est la régularité de la vitesse d'avance de la torche par rapport aux pièces.

Q3. On veut souder à la vitesse d'avance de 1 mètre par minute la calotte d'un fond hémisphérique de 2 mètres de diamètre $R = 1 \text{ m}$. Compte tenu des dimensions de la calotte, il faut un angle de basculement θ de $+ 30^\circ$. Quel doit être le taux de rotation polaire $\dot{\phi}_c(t) = \omega_c(t)$ en radian par seconde de l'ensemble **{table+fond hémisphérique}**. Cette valeur particulière sera la grandeur de consigne ω_c du système asservi.

REPONSE

On doit avoir : $1 \text{ m} / \text{min} = \frac{1}{60} \text{ m} / \text{s} = 1 \text{ m} \dot{\phi} \sin(30^\circ)$ d'où : $\dot{\phi} = \frac{1}{30} \text{ rd} / \text{s} = 0,0333 \text{ rd} / \text{s}$

3.1.2 Etude dynamique du mouvement de rotation polaire utilisé pour l'opération 10 :

On donne ci-après les caractéristiques cinétiques (position du centre de gravité, et matrice d'inertie) du fond hémisphérique, ainsi que celles de la table.

- Pour la table, on donne les valeurs suivantes :

Pour la masse : $m_2 = 9189 \text{ kg}$,

Avec $\overrightarrow{CG_2} = -e_2 \vec{Z}_1$, avec $e_2 = 0,12 \text{ m}$, $\overline{I(G_2, S_2)} =$

$$/ (G_2, \vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_1) \begin{vmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{vmatrix},$$

$$A_2 = 14360 \text{ kg.m}^2$$

$$C_2 = 28716 \text{ kg.m}^2$$

- Pour un fond hémisphérique en acier de diamètre extérieur $D=2 \text{ m}$, et d'épaisseur 20.10^{-3} m , on a :

Pour la masse : $m_3 = \rho \frac{2}{3} \pi (R^3 - r^3)$ soit $m_3 = 3881 \text{ kg}$ avec $R = 1 \text{ m}$ et $r = 0,980 \text{ m}$.

$$\overrightarrow{CG_3} = \frac{3}{8} \frac{(R^4 - r^4)}{(R^3 - r^3)} \vec{Z}_1 = e_3 \vec{Z}_1 \quad \text{Avec } e_3 = 0,995 \text{ m}, \text{ avec } C \text{ centre de la base de l'hémisphère.}$$

Pour la matrice d'inertie en C : $\overline{I(C, S_3)} =$

$$/ (C, \vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_1) \begin{vmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & A_3 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 \end{vmatrix},$$

avec $A_3 = \frac{2}{5} \rho \pi (R^5 - r^5)$ soit $A_3 = 15372 \text{ kg.m}^2$

Q4 Calculer la position du centre de gravité de l'assemblage.

REPONSE

On calcule le barycentre des centres de gravité des solides S_2 et S_3 , soit :

$$\overrightarrow{CG} = \frac{m_2 \overrightarrow{CG_2} + m_3 \overrightarrow{CG_3}}{m_2 + m_3}, \text{ après calculs, on trouve : } \overrightarrow{CG} = \frac{-0,12(9189) + 0,995(3881)}{9189 + 3881} \overrightarrow{Z_1}$$

soit $\overrightarrow{CG} = (0,211m) \overrightarrow{Z_1}$

Q5 Sans expliciter les termes, donner, en la justifiant, la forme que prend la matrice d'inertie de l'assemblage en un point de l'axe $(O, \vec{Z}_1)$.

REPONSE

Le centre de gravité de l'assemblage reste sur l'axe $(C, \vec{Z}_1)$. L'opérateur d'inertie de l'assemblage résulte de la somme de deux opérateurs concernés 'transportés' en ce point. Le transport s'effectue donc suivant la direction de l'axe $(C, \vec{Z}_1)$ dont le vecteur directeur est l'un des vecteurs du repère utilisé pour projeter l'opérateur d'inertie. Dans ces conditions, la matrice qui était diagonale avant reste diagonale après le transport. Les deux matrices concernées étant diagonales, la somme des deux l'est aussi. Les termes A et B respectifs évoluent $(+ (m_i d_i^2))$ et s'additionnent. Les termes C sont conservés et s'additionnent, d'où la forme diagonale suivante :

$$\overline{\overline{I(G, ((S_2) + (S_3)))}} = \left| \begin{array}{ccc} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C_2 + A_3 \end{array} \right|_{(G_2, \vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_1)}$$

La mise en rotation de l'ensemble {table+fond hémisphérique} est assurée par un moto-réducteur dont le moteur à courant continu a une vitesse de rotation maximale de 1500 tr/min. et dont le couple moteur correspondant sera noté $c_m(t)$. Le rapport de réduction est de $k=3750$. Cette réduction importante entraîne une perte de puissance par frottement évaluée à 15% de la puissance d'entrée. De plus, la liaison pivot, de grande dimension, génère un couple résistant composé d'une partie constante (frottement sec) égale à $|c_f| = 40 \text{ Nm}$ et d'une partie dépendant de la vitesse de rotation relative (frottement visqueux) de la forme $|c_v(t)| = K_v |\dot{\phi}(t)| = K_v |\omega(t)|$. On suppose, pour la mise en équation, que la vitesse de rotation $\omega(t)$ est toujours positive.

L'inertie équivalente ramenée à l'axe de rotation du moteur de l'ensemble {rotor-moto-réducteur + table + fond hémisphérique} est connue et vaut : $J_{eq} = 0,010 \text{ kg.m}^2$.

Le torseur d'efforts de l'action de l'élément i sur l'élément j au point N dans une base $B = (\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ est noté :

$$\{F(i \rightarrow j)\} = \frac{1}{N} \left\{ \begin{array}{c} X_{ij} \\ Y_{ij} \\ Z_{ij} \end{array} \middle| \begin{array}{c} L_{ij} \\ M_{ij} \\ N_{ij} \end{array} \right\} / B$$

où la colonne de gauche précise les coordonnées de la résultante du torseur et celle de droite les coordonnées du moment du torseur au point **N**.

Q6. Après avoir isolé l'ensemble tournant {Rotor-moto-réducteur + Table + Fond hémisphérique} = {R+T+F} considéré comme un solide unique équivalent, faire le bilan des actions extérieures agissant sur celui-ci.

REPONSE

Les efforts extérieurs qui s'appliquent sur le système isolé sont :

- La pesanteur, glisseur d'axe vertical appliqué au centre de gravité de l'ensemble

$$\{\mathbf{Pes}(Ext \rightarrow S)\} = G \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -mg & 0 \end{array} \right\} / R_0$$

- L'action de liaison pivot entre le solide considéré et le bâti support de celui-ci, incluant un couple résistant dû au frottement (sec et visqueux) si la liaison est imparfaite

$$\{\mathbf{Pivot}(Ext \rightarrow S)\} = G \left\{ \begin{array}{c|c} X & L \\ Y & M \\ Z & c_f + c_v(t) \end{array} \right\} / R_2$$

- Le couple moteur (couple magnétique reçu par le rotor).

$$\{\mathbf{Moteur}(Ext \rightarrow S)\} = G \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & c_m(t) \end{array} \right\} / R_2$$

- L'ensemble des actions mécaniques (frottements) au sein du motoréducteur engendrant la perte de puissance de 15%.

$$\{\mathbf{Cperte}(Ext \rightarrow S)\} = G \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0,15.c_m(t) \end{array} \right\} / R_2$$

On rappelle que le torseur cinématique du mouvement de l'élément **j** par rapport à l'élément **i** au point **N** dans une base $B = (\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ est noté :

$$\{\mathbf{V}(j/i)\} = N \left\{ \begin{array}{c|c} p_{ji} & u_{ji} \\ q_{ji} & v_{ji} \\ r_{ji} & w_{ji} \end{array} \right\} / B$$

où la colonne de gauche précise les coordonnées de la résultante du torseur et celle de droite les coordonnées du moment du torseur au point **N**.

Q7. Expliciter la puissance des actions extérieures agissant sur le solide $\{R+T+F\}$ en mouvement de rotation polaire d'axe $(O, \vec{Z}_1)$ par rapport au repère fixe supposé galiléen.

REPONSE

Il suffit de faire le co-moment du torseur d'effort extérieur considéré avec le torseur cinématique dual, c'est à dire le torseur cinématique du mouvement du solide par rapport au repère d'observation exprimé au même point.

On fait l'hypothèse que le centre de gravité du solide unique considéré est sur l'axe $(C, \vec{Z}_1)$.

Puissance de l'action de pesanteur :

$$G \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \dot{\phi}(t) \end{array} \right\} / R_2 \otimes G \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -mg & 0 \end{array} \right\} / R_0 = (0\dot{\phi}(t) + 0(-mg))$$

Puissance de l'action de liaison pivot :

$$G \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \dot{\phi}(t) \end{array} \right\} / R_2 \otimes G \left\{ \begin{array}{c|c} X & L \\ Y & M \\ Z & c_f + c_v(t) \end{array} \right\} / R_2 = \dot{\phi}(t)(c_f + c_v(t))$$

Puissance de l'action du couple moteur :

$$G \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \dot{\phi}(t) \end{array} \right\} / R_2 \otimes G \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & k c_m(t) \end{array} \right\} / R_2 = k \dot{\phi}(t) c_m(t)$$

Puissance des pertes mécaniques dans le motoréducteur:

$$G \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \dot{\phi}(t) \end{array} \right\} / R_2 \otimes G \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0,15.k c_m(t) \end{array} \right\} / R_2 = 0,15.k \dot{\phi}(t) c_m(t)$$

Q8. Déterminer l'équation d'équilibre dynamique du système liant $\omega(t)$, $c_m(t)$, $c_f(t)$ et $c_v(t)$.

REPONSE

On peut appliquer le théorème de l'énergie cinétique (ou énergie-puissance) au système considéré qui est à un degré de liberté. On doit cependant ne pas oublier la réduction de rapport $k=3750$ entre l'axe du moteur sur lequel est ramenée l'inertie équivalente et l'axe de rotation polaire du mouvement du solide $\{R+T+F\}$. Quelque soit le point de vue choisi, l'énergie cinétique de l'ensemble doit être identique, c'est à dire :

$$\frac{1}{2} J_{eq} \omega_{Moteur}^2 = \frac{1}{2} J(R+T+F) \dot{\phi}^2(t)$$

$$\text{avec } \omega_{Moteur} = k \dot{\phi}(t) = k \omega(t)$$

On obtient :

$$(k^2 J_{eq}) \ddot{\phi}(t) = c_f + c_v(t) + 0,85.k.c_m(t)$$

4. AUTOMATISATION DES OPERATIONS DE SOUDAGE 10, et 4

4.1 Extrait du cahier des charges

On s'intéressera dans ce projet à l'automatisation des opérations de soudage suivantes qui sont réalisées dans les étapes 10, et 4 :

- OP10 : Si les éléments à souder sont correctement positionnés, l'opération 10 ne nécessite que l'asservissement du taux de rotation polaire (noté $\omega(t) = \dot{\phi}(t)$) de l'ensemble {table+fond hémisphérique} pour le soudage du joint circulaire. Cet asservissement permet d'assurer un dépôt homogène de la soudure. La vitesse de soudage doit être aussi constante que possible pour assurer une épaisseur homogène sur toute la circonférence.
- OP4 : Le point C de la base de la calotte hémisphérique n'étant pas confondu avec le point O de l'axe de basculement, le soudage d'un joint méridien nécessite la coordination du mouvement de basculement de l'ensemble {berceau+table+fond hémisphérique} d'un angle $\theta(t)$ du positionneur avec le mouvements conjugués vertical $z(t)$ et horizontal $x(t)$ de la potence, permettant ainsi la poursuite, par la torche, de la zone de soudage, toujours située au point culminant, mais qui se déplace dans le plan vertical.

L'opération 10 ne nécessite donc qu'un asservissement sur un seul axe, alors que l'opération 4 utilisera un asservissement sur trois axes.

4.2 Asservissement du système de soudage du joint circulaire OP10

4.2.1 Schéma fonctionnel

Dans ce qui suit, les variables temporelles seront notées en minuscules, et les variables de Laplace seront en majuscules, par exemple :

$$L\{i(t)\} = I(p), \quad L\{\omega(t)\} = \Omega(p), \quad L\{e(t)\} = E(p), \quad L\{u(t)\} = U(p), \quad L\{c_m(t)\} = C_m(p)$$

p étant l'opérateur de Laplace.

La modélisation et la commande des moteurs asynchrones étant très complexes, on travaillera dans la suite du problème sur un modèle de moto-réducteur équivalent à courant continu, associé à des variateurs adéquats et entraînant directement l'ensemble {table+fond hémisphérique}. On suppose aussi un comportement linéaire du moteur dans les différents régimes de fonctionnement. Le schéma fonctionnel du système asservi est donné figure 5. La grandeur de commande du système est la tension $u(t)$ et la grandeur à régler est le taux de rotation $\omega(t)$, dont la transformée de Laplace est notée $\Omega(p)$.

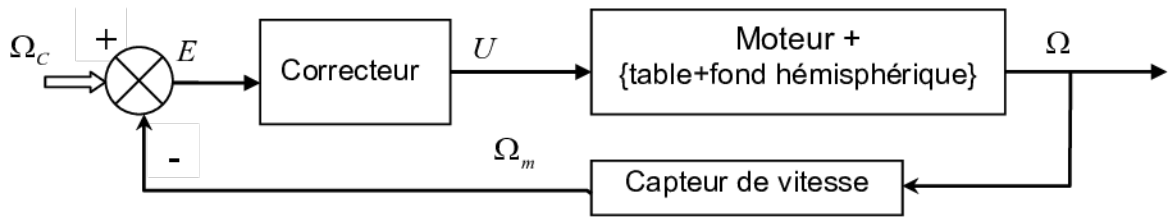


Figure 5 : Asservissement en vitesse du système de soudage de la calotte

- Ω_c : Consigne du taux de rotation
 - Ω : Image du taux de rotation réel
 - Ω_m : Taux de rotation mesuré. On considère dans la suite des calculs que le capteur de vitesse a une dynamique nulle et reproduit exactement le taux de rotation réel : $\Omega_m = \Omega$. La fonction de transfert du capteur est alors unitaire.
 - E : écart de réglage
 - U : action de commande (tension aux bornes du moteur) régulée par le correcteur.
- Avant de faire la synthèse du correcteur, on détermine le modèle du système à commander.

4.2.2 Utilisation du Modèle mécanique (Q8)

L'étude mécanique précédente a permis de traduire le comportement dynamique de l'ensemble {R+T+F} dans le mouvement de rotation polaire par une équation liant J_{eq} , $\dot{\phi}(t) = \omega(t)$, $c_m(t)$, $c_f(t)$, $c_v(t)$ avec $c_v(t) = K_f \dot{\phi}(t) = K_f \omega(t)$.

Q9. En supposant les conditions initiales nulles, donner l'expression littérale de la fonction de transfert de la partie mécanique (indice *me*) sous la forme:

$$W_{me}(p) = \frac{\Omega(p)}{(C_m(p) - C_f(p))} = \frac{K_{me}}{1 + T_{me}p}.$$

Donner les expressions (en fonction de J_{eq} et K_f) et les unités des coefficients K_{me} et de T_{me} . Il est à noter que la non détermination des paramètres K_{me} et T_{me} n'est pas gênant pour la suite des questions

REPONSE

$$k^2 J_{eq} \frac{d\omega}{dt} = c_m(t) - c_f(t) - c_v(t) = 0,85.k.c_m(t) - c_f(t) - K_v \omega(t)$$

$$k^2 J_{eq} p \Omega(p) + K_v \Omega(p) = 0,85.k.C_m(p) - C_f(p)$$

$$\frac{\Omega(p)}{(0,85.k.C_m(p) - C_f(p))} = \frac{1}{k^2 J_{eq} p + K_v} = \frac{1/K_v}{\frac{k^2 J_{eq}}{K_v} p + 1} = \frac{K_{me}}{T_{me} p + 1} \Rightarrow K_{me} = 1/K_v, T_{me} = \frac{k^2 J_{eq}}{K_v}$$

$$T_{me} = [S] = \text{rad}^{-1} N.m.S^2 / (\text{rad}^{-1} . N.m.s), \quad K_{me} = [(\text{rad} s^{-1}) / (N.m)]$$

Remarque : pour répondre à cette question, on est obligé de proposer la transmittance ci-dessus pour arriver à exprimer un Tme et Kme viable pour la suite.

4.2.3 Modélisation de la partie électrique du moteur

Le moteur avec son bobinage est équivalent à un circuit électrique de résistance R , d'inductance L et d'une force contre-électromotrice $e_m(t)$. La partie électrique de l'induit est traversée par un courant $i(t)$.

La force contre électromotrice est reliée aux taux de rotation du moteur par l'équation suivante :

$$e_m(t) = K_e \omega(t).$$

Le couple moteur électromécanique $c_m(t)$ est proportionnel au courant des armatures :

$$c_m(t) = K_i i(t).$$

On posera dans la suite $K_e = K_i = K$

Q10. Déterminer l'équation électromécanique du moteur en régime dynamique dans les domaines temporel et de Laplace liant $u(t), e_m(t)$, $i(t)$ et leurs dérivées.

REPONSE

$$u(t) = Ri(t) + L \frac{di}{dt} + e_m(t)$$
$$U(p) = RI(p) + LpI(p) + E_m(p) + \text{conditions initiales}$$

Q11. En supposant les conditions initiales nulles, donner l'expression de la fonction de transfert de la partie électrique (indice el) sous la forme :

$$W_{el}(p) = \frac{I(p)}{(U(p) - E_m(p))} = \frac{K_{el}}{1 + T_{el}p}.$$

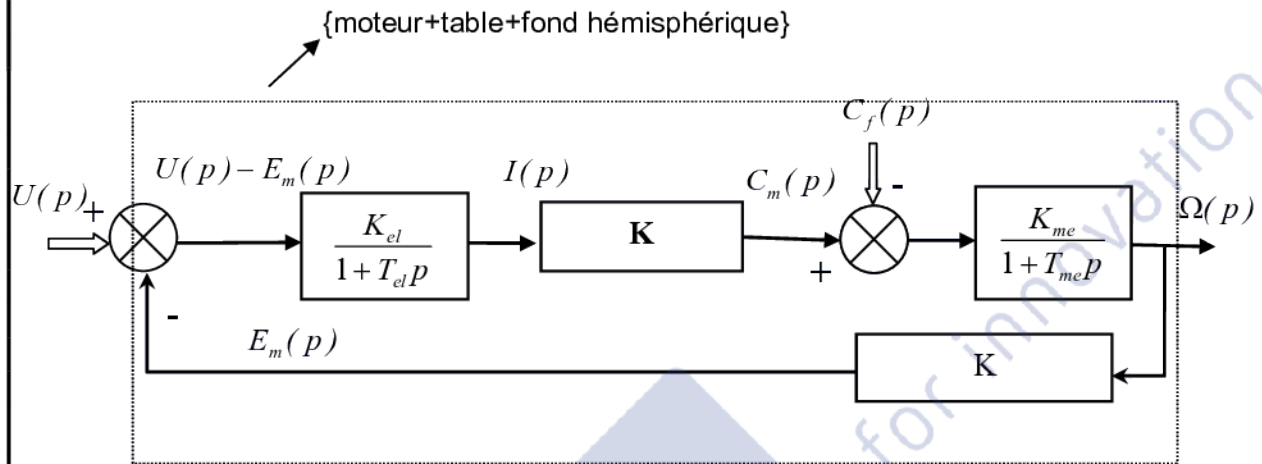
Donner les expressions (en fonctions de L et R) et les unités des coefficients K_{el} et T_{el}

REPONSE

$$W(p) = \frac{I(p)}{U(p) - E_m(p)} = \frac{1}{R + LP} = \frac{1/R}{1 + (L/R)P}$$
$$K_{el} = \frac{1}{R} = [Ohm]^{-1} \text{ ou Siemens}, \quad T_{el} = \frac{H}{Ohm} = \frac{m^2.kg.s^{-2}.A^{-2}}{m^2.kg.s^{-3}.A^{-2}} [s]$$

Q12. Sur le document réponse DR1 est représenté le schéma bloc de l'ensemble {moteur+table+fond hémisphérique}. Compléter le schéma bloc.

REPONSE



Remarque : Cette structure s'appuie sur la transmittance proposée dans l'énoncé de la question 9. Sans cela, un bloc de transmittance $0,85.k$ doit être placé entre le bloc K_c et le comparateur de droite. Sans cette modification, la structure proposée dans le document réponse n'est plus cohérente.

Q13. Sachant que $\Omega(p) = U(p)F(p) - C_f(p)G(p)$, donner les expressions des fonctions de transfert F et G en tenant compte de la propriété de superposition des systèmes linéaires.

REPONSE

$$F(p) = \frac{K_{el} K_{me} K}{(1 + T_{el} p)(1 + T_{me} p) + K_{el} K_{me} K^2} = \frac{\frac{K_{el} K_{me} K}{D}}{1 + \frac{(T_{el} + T_{me})}{D} p + \frac{T_{el} T_{me}}{D} p^2} \quad \text{Avec } D = 1 + K_{el} K_{me} K^2$$

$$G(p) = \frac{K_{me} (1 + T_{el} p)}{(1 + T_{el} p)(1 + T_{me} p) + K_{el} K_{me} K^2} = \frac{\frac{K_{me} (1 + T_{el} p)}{D}}{1 + \frac{(T_{el} + T_{me})}{D} p + \frac{T_{el} T_{me}}{D} p^2}$$

4.2.4 Choix d'un correcteur

Etude d'un correcteur proportionnel.

Soit $C(p)$ la fonction de transfert du correcteur à réaliser. On s'intéresse dans ce problème à l'asservissement du taux de rotation de l'ensemble {moteur + table+fond hémisphérique} en considérant l'influence de la perturbation C_f négligeable en regard des grandeurs mises en jeu par ailleurs ($C_f = 0$). Le schéma bloc est donné figure 6. On commence par tester un correcteur proportionnel avec un gain variable $K_R : C(p) = K_R$

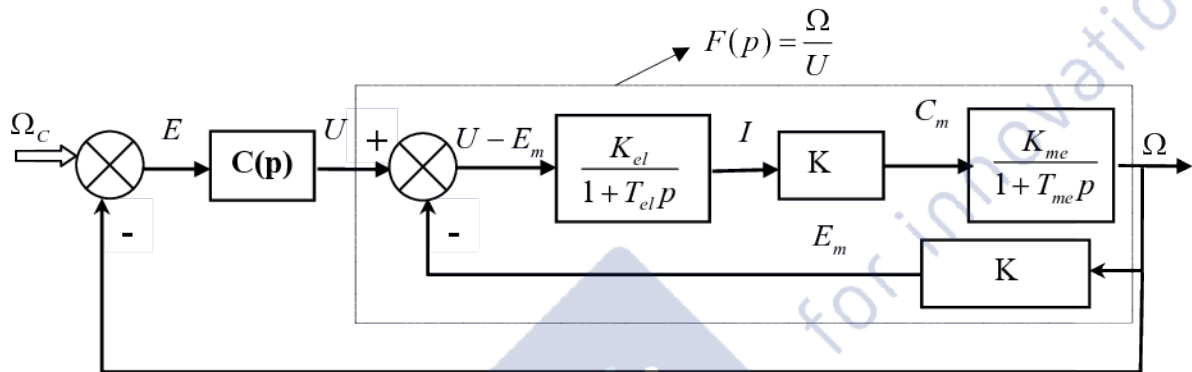


Figure 6 : Schéma bloc du système asservi de la vitesse

Q14. : Calculer la fonction de transfert $W_f(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)}$.

Les réponses seront données sous forme littérale en fonction des paramètres du modèle qui sont évidemment positifs.

REPONSE

$$F(p) = \frac{K_{el} K_{me} K}{(1 + T_{el} p)(1 + T_{me} p) + K_{el} K_{me} K^2} = \frac{\frac{K_{el} K_{me} K}{D}}{1 + \frac{(T_{el} + T_{me})}{D} p + \frac{T_{el} T_{me}}{D} p^2} \text{ Avec } D = 1 + K_{el} K_{me} K^2$$

$$W_f(p) = \frac{\Omega}{\Omega_c} = \frac{K_R F(p)}{1 + K_R F(p)} = \frac{K_R K_{el} K_{me} K}{(1 + T_{el} p)(1 + T_{me} p) + K_{el} K_{me} K^2 + K_R K_{el} K_{me} K}$$

$$= \frac{K_R K_{el} K_{me} K}{(1 + T_{el} p)(1 + T_{me} p) + K_{el} K_{me} K(K + K_R)}$$

$$= \frac{\frac{K_R K_{el} K_{me} K}{\Delta}}{1 + \frac{(T_{el} + T_{me})}{\Delta} p + \frac{T_{el} T_{me}}{\Delta} p^2} \text{ avec } \Delta = 1 + K_{el} K_{me} K(K + K_R)$$

Q15. : Montrer que le système est stable quelque soit le gain K_R positif du correcteur.

REPONSE

$$Wf(p) = \frac{K_R K_{el} K_{me} K}{T_{el} T_{me} p^2 + (T_{el} + T_{me}) p + 1 + K_{el} K_{me} K (K_R + K)} = \frac{K_f}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}$$

$$= \frac{\frac{K_R K_{el} K_{me} K}{\Delta}}{1 + \frac{(T_{el} + T_{me})}{\Delta} p + \frac{T_{el} + T_{me}}{\Delta} p^2} = \frac{\frac{K_f}{a_0}}{1 + \frac{a_1}{a_0} p + \frac{a_2}{a_0} p^2}$$

Le système étant du second ordre avec des coefficients positifs : les pôles sont négatifs quelque soit la valeur de K_R donc le système est stable.

Q16. On souhaite obtenir un temps de réponse minimum, indiquer, sans calcul, comment doit être réglé le correcteur.

REPONSE

Pour un temps de réponse à 5% (valeur habituellement considérée), le correcteur doit être réglé de telle sorte que la fonction du second ordre admette un amortissement réduit égal à 0,69.

Q17. Pour souder dans les conditions du cahier des charges, la consigne du taux de rotation de la table doit être constante.

Déterminer l'écart statique suite à un échelon d'amplitude Ω_{c0} .

REPONSE

$$E(\infty) = \Omega_{c0} \left[\frac{K_R K_{el} K_{me} K}{1 + K_{el} K_{me} K (K_R + K)} - 1 \right] = \Omega_{c0} \left[\frac{-(1 + K_{el} K_{me} K^2)}{1 + K_{el} K_{me} K (K_R + K)} \right]$$

Q18. Sans calcul, expliquer quels paramètres de soudage vont être influencés par l'écart $E(p)$.

REPONSE

L'erreur va influencer sur l'épaisseur et la qualité de la soudure (homogénéité)

Q19. Dans le cas de l'asservissement en vitesse, quelles performances en termes de précision statique, et de stabilité peut on améliorer en rajoutant un correcteur proportionnel puis un correcteur proportionnel intégral pour des gains strictement supérieurs à 1 ? Les réponses seront portées sur le tableau du document réponse DR2. On utilisera les termes « améliore » ou « dégrade ».

REPONSE

Correcteur/ Performances	P	PI
Précision statique	Améliore	Améliore
Stabilité	Dégrade	Dégrade

Hypothèse : je suppose que la valeur du gain pour le correcteur est supérieure à 1.

Afin de mieux apprécier la qualité de soudage circulaire de la calotte, on se propose d'analyser les performances de l'asservissement (perturbation nulle) de la position angulaire du fond hémisphérique (donc de la torche de soudage). L'image de la position sera obtenue par intégration de la vitesse angulaire déjà utilisée pour l'asservissement de la vitesse (cf. fig.5).

Sur la figure 7 est représenté le schéma bloc de cet asservissement. Θ_c est la consigne de la position angulaire, et F l'expression de la fonction de transfert déterminée à la question Q13.

Q20a. On se place à la limite de la stabilité. Quel doit être le gain en décibels de la FTBO pour la pulsation $\omega = \omega_0$? Soit K_{RLim} la valeur du gain du correcteur correspondante.

REPONSE

Le Gain doit être de 0db

$$Wf(p) = \frac{K_R K_{el} K_{me} K}{T_{el} T_{me} p^3 + (T_{el} + T_{me}) p^2 + p(1 + K_{el} K_{me} K^2) + K_R K_{el} K_{me} K} = \frac{K_f}{a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0}$$

Conditions de stabilité

$$\begin{cases} a_3, a_2, a_1, a_0 > 0 \\ (1 + K_{el} K_{me} K^2)(T_{el} + T_{me}) > (K_R K_{el} K_{me} K)(T_{el} T_{me}) \\ \Rightarrow K_R < (1 + K_{el} K_{me} K^2)(T_{el} + T_{me}) / (T_{el} T_{me})(K_{el} K_{me} K) \end{cases}$$

$$K_{RLim} = \frac{(1 + K_{el} K_{me} K^2)(T_{el} + T_{me})}{(T_{el} T_{me})(K_{el} K_{me} K)}$$

Q20b. En fonction de $K_{R\text{Lim}}$, indiquer la valeur K_{R0} du gain assurant une marge de gain égale à 2 sur le plan de Nyquist (ou $20\log(2) = 6$ dB sur le diagramme de Bode).

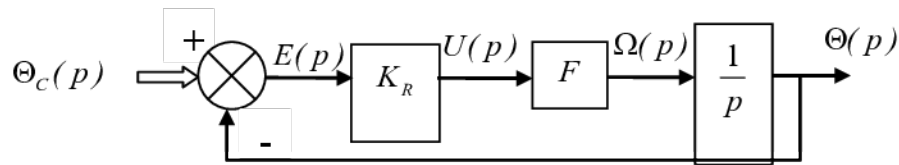


Figure 7 : Schéma bloc du système asservi en position

REPONSE

Il faut prendre la moitié du gain déterminé à Q20a, soit

$$K_{R0} = \frac{K_R}{2} = \frac{(1 + K_{el} K_{me} K^2)(T_{el} + T_{me})}{(T_{el} T_{me})(K_{el} K_{me} K).2}$$

4.3 Asservissement du système de soudage du joint méridien OP4

4.3.1 Etude de la fonction technique FT11 : souder un joint méridien (Opération 4)

Analyse des mouvements de la potence de soudage

La qualité de la génération continue du joint de soudure nécessite la coordination du mouvement de basculement de la table et des mouvements de translations verticale et horizontale de la potence. Les contraintes à respecter sont les suivantes :

- Contrainte de positionnement de la torche au point culminant de la position en cours.
- Contrainte de vitesse relative constante entre torche et segment afin d'obtenir une vitesse constante de 'dépose' du cordon de soudure.

L'objectif de la suite consiste à établir les relations liant les trois paramètres de mobilités du fait du respect de ces contraintes.

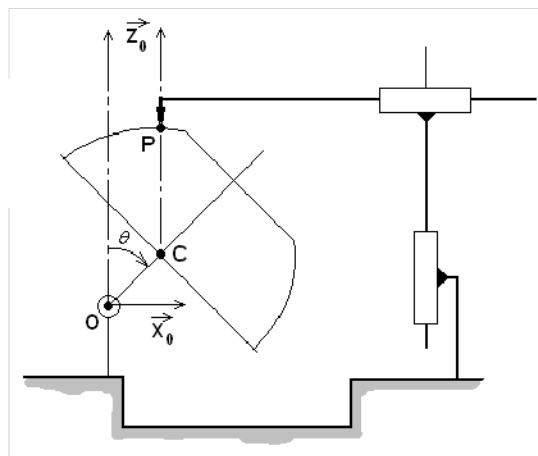


Figure 8 : Schéma de principe du soudage des segments d'un fond hémisphérique

On notera $\overrightarrow{OC} = h\vec{Z}_1$, avec $h=0,4\text{ m}$.

Détermination de la vitesse de poursuite du point P de la torche par rapport au repère fixe.

Q21. La position du point P, point courant de soudage, dans le repère absolu peut être définie par $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CP}$. Cette définition est vraie quelque soit l'instant t considéré. Elle est aussi celle que doit respecter l'extrémité de la torche.

Expliciter les composantes de la vitesse absolue de l'extrémité de la torche de soudage :

$$\vec{V}(P \in \text{Torche} / R_0) = V_x \vec{X}_0 + V_z \vec{Z}_0.$$

Remarque : dans le cas des fonds hémisphériques, P est toujours situé à la verticale de C.

REPONSE

L'expression de la position étant valable quelque soit l'instant t, on peut donc la dériver pour obtenir la vitesse recherchée :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OP} &= \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CP} = h\vec{Z}_1 + R\vec{Z}_0 \\ \frac{d(\overrightarrow{OP})}{dt / R_0} &= h \frac{d(\vec{Z}_1)}{dt / R_0} + \vec{0} = h \left(\frac{d(\vec{Z}_1)}{dt / R_2} + \vec{\Omega}(R_2 / R_0) \wedge \vec{Z}_1 \right) \\ \frac{d(\overrightarrow{OP})}{dt / R_0} &= \vec{V}(P \in \text{Torche} / R_0) = h(\vec{0} + \dot{\theta}(t)\vec{Y}_0 \wedge \vec{Z}_1) = h(\dot{\theta}(t)\vec{X}_1) \\ \vec{V}(P \in \text{Torche} / R_0) &= h(\dot{\theta}(t)\vec{X}_1) = h\dot{\theta}(t)(\cos(\theta)\vec{X}_0 - \sin(\theta)\vec{Z}_0) \\ \boxed{V_x = h\dot{\theta}(t)\cos(\theta) \quad V_z = -h\dot{\theta}(t)\sin(\theta)}\end{aligned}$$

Q22. A chaque instant, il existe un point P appartenant au segment S_3 qui coïncide avec le point P appartenant à la torche.

Les segments à souder étant rigidement fixés à la table, expliciter les composantes de la vitesse absolue du point coïncident P appartenant au segment à souder :

$$\vec{V}(P \in S_3 / R_0)$$

REPONSE

Le point O, intersection des axes de rotation, est un point fixe du mouvement. On peut donc écrire :

$$\vec{V}(P \in S_3 / R_0) = \vec{V}(O \in S_3 / R_0) + \vec{\Omega}(S_3 / R_0) \wedge \overrightarrow{OP}$$

Avec : $\vec{V}(O \in S_3 / R_0) = \vec{0}$. On en déduit donc :

$$\boxed{\vec{V}(P \in S_3 / R_0) = \dot{\theta}(t)\vec{Y}_0 \wedge (h\vec{Z}_1 + R\vec{Z}_0) = h\dot{\theta}(t)\vec{X}_1 + R\dot{\theta}(t)\vec{X}_0}$$

Q23. En déduire la vitesse relative de soudage au point P entre la torche de soudage et les segments à souder. $\vec{V}(P \in \text{Torche} / \text{Segment})$

REPONSE

On fait la différence des vitesses précédemment explicitées :

$$\vec{V}(P \in \text{Torche} / \text{Segment}) = \vec{V}(P \in \text{Torche} / R_0) - \vec{V}(P \in S_3 / R_0)$$

On trouve : $\vec{V}(P \in \text{Torche} / \text{Segment}) = -R\dot{\theta}(t)\vec{X}_0$

Q24. Pour une vitesse de soudage des segments constante et égale à celle utilisé (1 mètre par minute), déterminer le taux de rotation de basculement $\dot{\theta}_c$ en fonction des données géométriques correspondant à un fond hémisphérique de 2 mètres de diamètre.

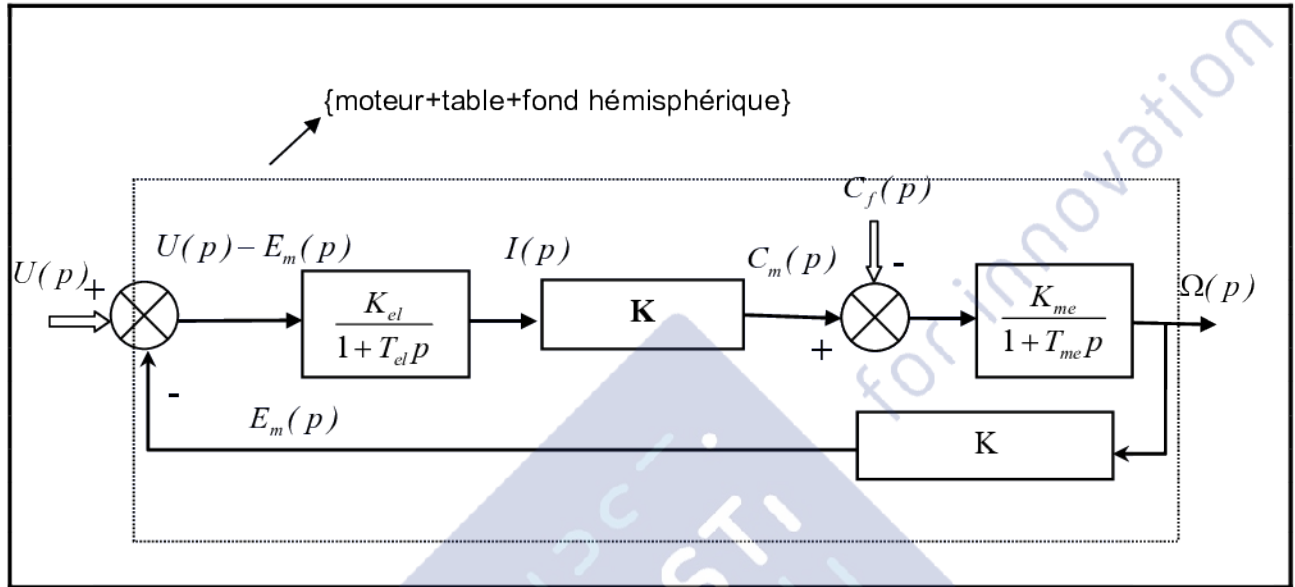
REPONSE

Application numérique :

$$\frac{1}{60} \text{ m/s} = 1 \text{ m} \dot{\theta}(t) \text{ d'où } \dot{\theta}(t) = \frac{1}{60} \text{ rad/s} = 0,01666... \text{ rad/s}$$

Document Réponse DR1

Q12 : Schéma global de simulation du système {moteur+table+fond hémisphérique}



Document Réponse DR2

Q19 : Performances de l'asservissement en vitesse

Correcteur/ Performances	P	PI
<i>Précision statique</i>	Améliore	Améliore
<i>Stabilité</i>	Dégrade	Dégrade

ANNEXE : décomposition fonctionnelle de la fonction de service FS1 de la machine de soudage

