

Proposition de corrigé

Concours : Banque PT

Année : 2024

Filière : PT

Épreuve : Sciences Industrielles B

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](https://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Conception d'un épandeur agricole

Corrigé UPSTI

TITRE DE PARTIE

I - Etude de la préconception d'un épandeur agricole monocoque surbaissé

II - Notice justificative

II.1 - Optimisation de la position de l'essieu

II.1.1 - Respect du report de charge sur l'attelage du tracteur

Question 1 Largeur de la caisse de chargement

$$l_{utile}^{max} = L_{norme} - 2 \cdot (l_{pneu} + j_{roue/coque})$$

$$l_{utile}^{max} = 2500 - 2 \cdot (420 + 80) = 1500 \text{ mm}$$

Question 2 Longueur utile de la caisse

$$V_{utile} = \left(L_{utile} \cdot h_{utile} + \frac{h_{utile}}{\tan 75} \cdot h_{utile} \right) \cdot l_{utile}^{max}$$

$$\Rightarrow L_{utile} = \frac{V_{utile}}{l_{utile}^{max} \cdot h_{utile}} - \frac{h_{utile}}{\tan 75}$$

$$L_{utile} = \frac{11.10^9}{1500.1500} - \frac{1500}{\tan 75} \approx 4500 \text{ mm}$$

Question 3 Justification de la position de G_0

$$\forall K, \bar{K} G_0 = \frac{M_{mat} \cdot \bar{K} G_{mat} + M_{benne} \cdot \bar{K} G_{benne}}{M_{mat} + M_{benne}}$$

$$\text{Pour } K = G_{mat} \rightarrow \bar{G}_{mat} G_0 = \frac{0 + M_{benne} \cdot \bar{G}_{mat} G_{benne}}{M_{mat} + M_{benne}} = \frac{4}{4+9} \bar{G}_{mat} G_{benne}$$

$$\Rightarrow \bar{G}_{mat} G_{benne} = \frac{13}{4} \bar{G}_{mat} G_0 = 3,25 \bar{G}_{mat} G_0$$

Justification de l'hypothèse d'effort vertical en K

L'essieu n'est ni motorisé ni freiné : la roue n'est soumise qu'à 2 actions mécaniques (pivot de roue et action du sol) modélisables par des glisseurs avec l'hypothèse problème plan. Les glisseurs sont portés par la droite entre K et le centre de la roue = verticale.

Question 4 Bilan des actions mécaniques extérieures

$\vec{F}_K$			
Action du sol sur la roue	K	Verticale	Vers le haut
$\vec{F}_A$			
Action du tracteur sur le timon	A	Verticale	Vers le haut
$\vec{F}_G$			
Poids benne + matière	G_0	Verticale	Vers le bas

Question 5 Théorème nécessaire pour pouvoir déterminer les actions mécaniques

Théorème du moment statique	Selon $(A, \vec{z})$	$(1,2 + 1,6 + \Delta) \cdot F_G - \lambda \cdot F_K = 0$
Théorème de la résultante statique	Selon $\vec{y}$	$F_K + F_A - F_G = 0$

Rem : on peut remplacer une des équations par une équation de moment en un autre point.

Commentaire sur la nécessité d'hypothèses pour résoudre :

- Pneu supposé indéformable

Question 6 Expression de la force F_A

$$F_A = \frac{\lambda - 2,8 - \Delta}{\lambda} (M_{mat} + M_{benne}) \cdot g$$

Expression de la force F_K

$$F_K = \frac{2,8 + \Delta}{\lambda} (M_{mat} + M_{benne}) \cdot g$$

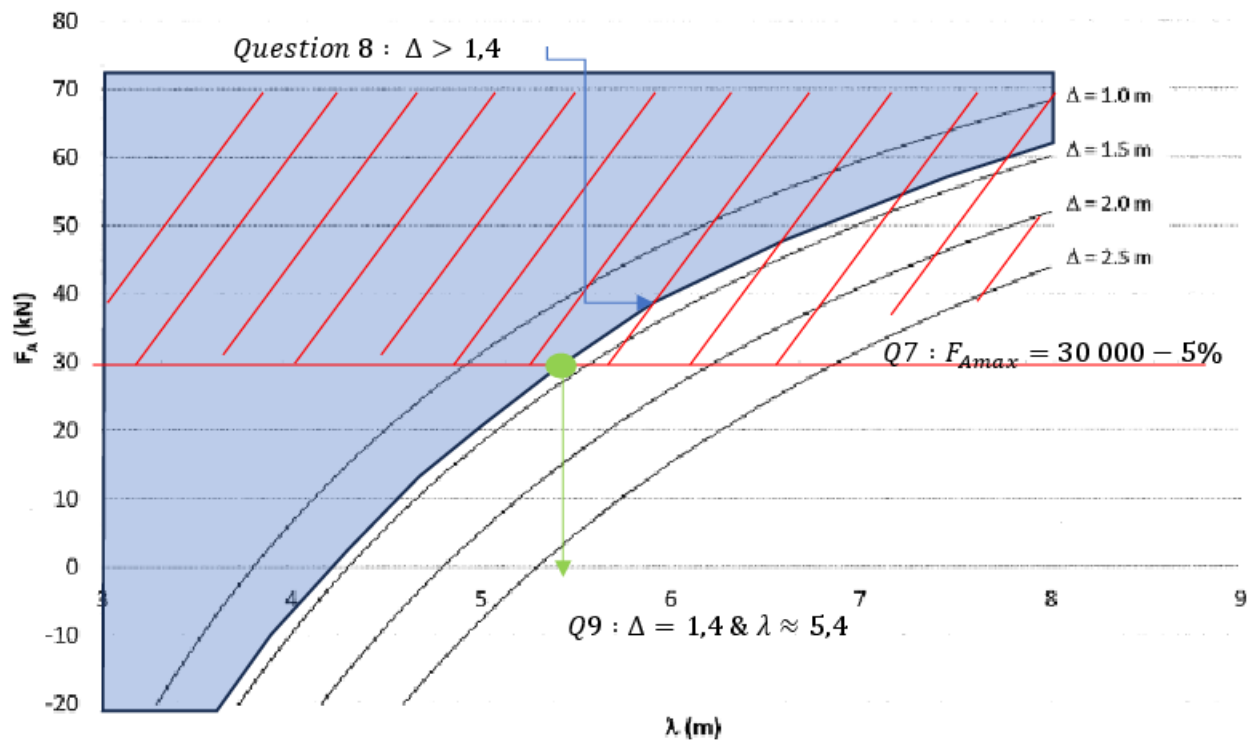
Question 7 Expliquer l'évolution de la force sur l'attelage en fonction de λ pour un Δ donné.

Si $\lambda \nearrow$ alors $F_A \nearrow$: l'essieu « s'éloigne » du centre de gravité et supporte moins de charge au dépend de F_A .

Comment disposer l'essieu de l'épandeur pour augmenter l'adhérence

Il faut placer l'essieu le plus loin possible de A pour que le poids soit plus reporté sur A que sur l'essieu.

Sur le graphique, hachurer la zone ne respectant pas le report de charge



Question 8 Contraintes limitant les valeurs minimale et maximale de Δ

Contraintes limitant la valeur minimale de Δ	Contraintes limitant la valeur maximale de Δ
Interférence tracteur / timon	Résistance / déformation du témoin Encombrement de la remorque Adhérence du tracteur

Sur le graphe de la question 7 hachurer la zone ne respectant pas la condition d'interférence épandeur-tracteur

Question 9 Expliquer comment faire le choix des dimensions λ et Δ

Choisir Δ le plus petit possible (pour limiter les déformations et l'encombrement) et λ permettant d'avoir le meilleur report de charge

Sur le graphe de la question 7, effectuer la construction graphique

Valeurs proposées

$$\lambda = 5,4 \text{ m} ; \Delta = 1,4 \text{ m}$$

Peut-on dépasser la valeur de λ proposée ?

Oui si on augmente également Δ - Non si on garde le même Δ

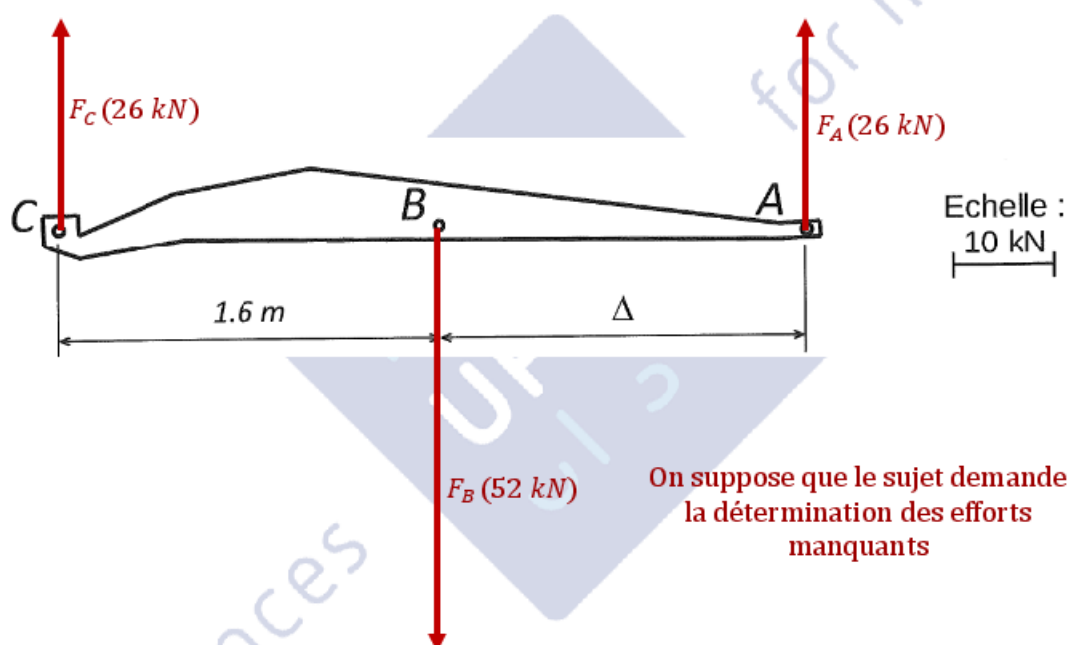
II.1.2 - Vérification de la résistance du timon

Question 10 Bilan des actions mécaniques

$\vec{F}_A$	A	Verticale	Vers le haut
$\vec{F}_B$	B	Verticale	?
$\vec{F}_C$	C	Verticale	?

$$F_A = \frac{1}{5} (9000 + 4000) \cdot 10 = 26\,000\text{ N}$$

Représenter les actions mécaniques s'exerçant sur le timon



Question 11 Torseur de cohésion des efforts intérieurs :

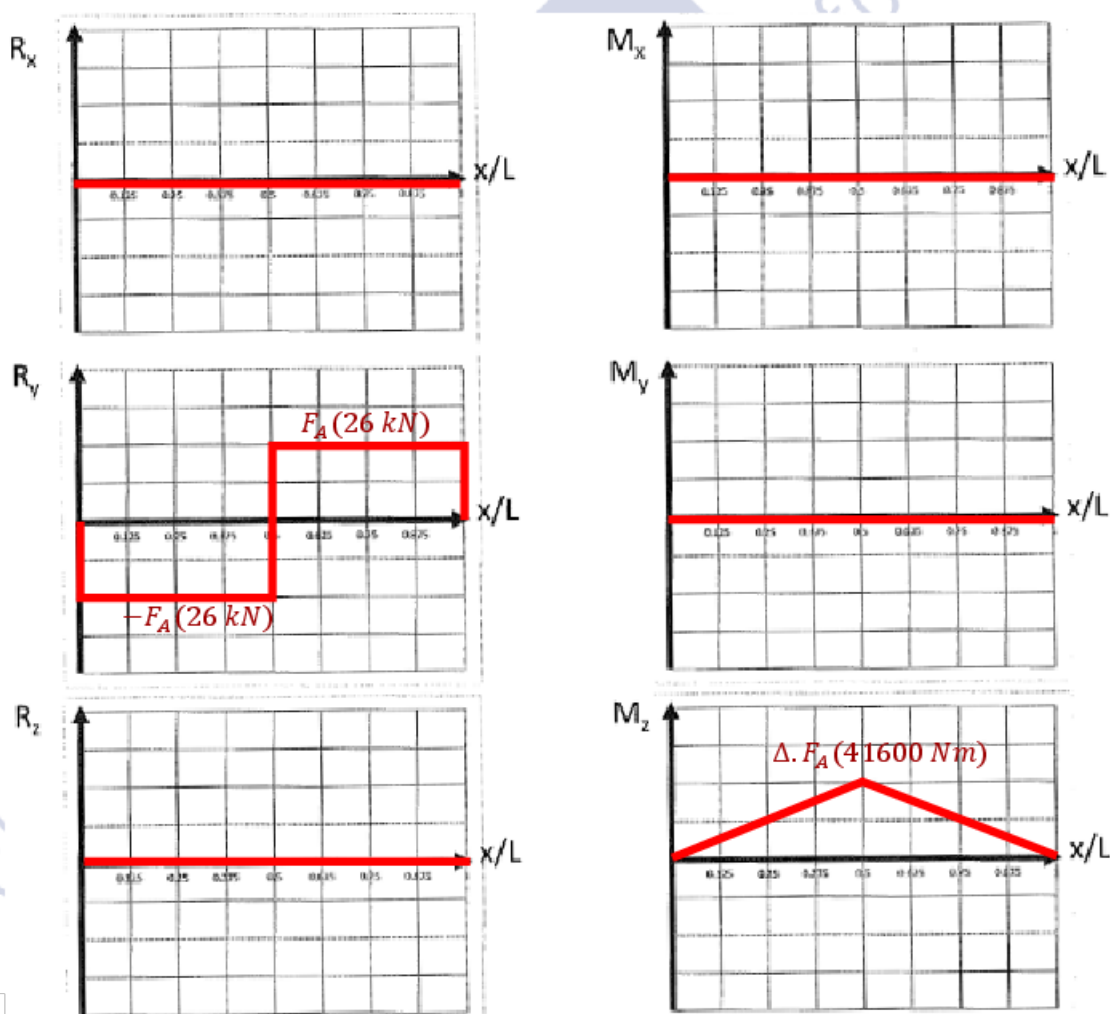
$$M \in [CB] \rightarrow \begin{pmatrix} R_x & M_x \\ R_y & M_y \\ R_z & M_z \end{pmatrix} (M, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ X & 0 \\ 0 & X \end{pmatrix} (M, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$$

$$M \in [BA] \rightarrow \begin{pmatrix} R_x & M_x \\ R_y & M_y \\ R_z & M_z \end{pmatrix} (M, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ X & 0 \\ 0 & X \end{pmatrix} (M, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$$

Type de sollicitation(s) supportée(s) par le timon :

Sollicitation	$M \in [CB]$	$M \in [BA]$
Traction	0	0
Compression	0	0
Cisaillement	0 (X)	0 (X)
Torsion	0	0
Flexion	X	X

Evolution des composantes du torseur des efforts intérieurs :



Question 12 Dans le timon, présence de contraintes longitudinales σ : oui [MPa]

Dans le timon, présence de contraintes de cisaillement τ : non [MPa]

Expression des contraintes dans le timon :

$$|\sigma| = \frac{|M_{fzmax}|}{\frac{I_{Gz}}{h_0/2}} = \frac{\Delta \cdot (M_{benne} + M_{mat}) \cdot g \cdot h_0}{10 \cdot I_{Gz}}$$

$$\tau = 0$$

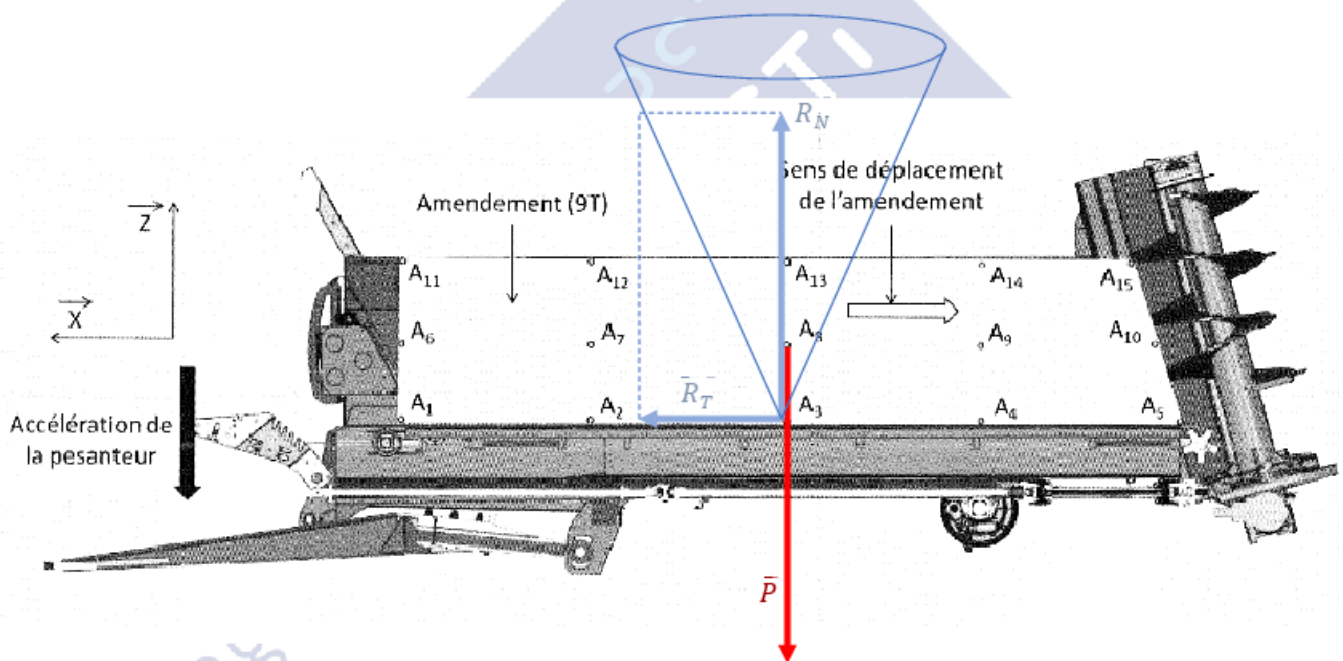
Question 13 Explications concernant la forme du timon

Moment de flexion maximum autour du point B → on remarque que la hauteur h_0 varie avec des valeurs plus faibles en A et C (où le moment fléchissant est plus faible) et plus importantes en B

II.2 - Dimensionnement de la motorisation et de la chaîne de transmission de puissance du fond mouvant de l'épandeur

II.2.1 - Calcul du couple nécessaire à la mise en rotation de l'arbre d'entraînement des noix de chaînes

Question 14 Tracé des actions mécaniques sur le fond de caisse :



Valeur du demi-angle du cône de frottement :

$$\tan \alpha = \mu = 0,5 \Rightarrow \alpha \approx 25^\circ$$

Question 15 Expression de l'effort tangentiel :

$$R_T = \mu \cdot R_N (\text{glissement}) = \mu \cdot M_{mat} \cdot g$$

$$R_T = M_{mat} \cdot g \cdot \tan \alpha$$

Application numérique

$$R_T = 9000 \cdot 10 \cdot 0,5 = 45\,000 \text{ N}$$

Question 16 Expression du couple :

$$C_{noix} = \frac{D}{2} R_T = \frac{D}{2} M_{mat} \cdot g \cdot \tan \alpha$$

Application numérique :

$$C_{noix} = \frac{0,18}{2} 45000 = 4050 \text{ Nm}$$

II.2.2 - Calcul de la puissance maximale nécessaire à la mise en mouvement du fond mouvant

Question 17 Situation nécessitant le plus de puissance mécanique

	Faible	Elevée	Valeur retenue
Masse d'amendement dans la benne		X	9 t
Dose à épandre par hectare		X	40 t /ha
Vitesse d'avancement de l'ensemble tracteur /épandeur		X	10 km/h
Largeur d'épandage		X	18 m

Question 18 Expression du flux nécessaire

$$\phi_{nec} = \eta_{dose} \cdot v_{tracteur} \cdot L_{épand}$$

Rem : si tout en [USI]

Question 19 Expression du flux fourni aux hérissons

$$\phi_{hér} = l_{utile} \cdot h_{utile}^{max} \cdot v_{fond}^{max} \cdot \rho_{mat}$$

Rem : si tout en [USI]

Question 20 Vitesse d'avance maximale du fond mouvant :

Expression :

$$v_{fond\ mvt}^{max} = \frac{\eta_{dose} \cdot v_{tracteur} \cdot L_{épand}}{l_{utile} \cdot h_{utile}^{max} \cdot \rho_{mat}} \times 60$$

Rem : toute en [USI] sauf v en m/min

Application numérique :

$$v_{fond\ mvt}^{max} = \frac{(40 \cdot 10^3 \cdot 10^{-4}) \left(\frac{10}{3,6}\right) (18)}{\underbrace{(1,5)}_{cf\ Q1} \cdot (1,5) \cdot (600)} \times 60 = 8,9 \text{ m/min}$$

$\rho = 600 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ est le cas défavorable.

Question 21 Relation : résultat attendu en m/min

$$v_{fond\ mvt}^{max} = \omega \cdot \frac{D}{2} \text{ (en m/s)}$$

$$v_{fond\ mvt}^{max} = \omega \cdot \frac{D}{2} \cdot 60 \text{ (en m/min)}$$

$$v_{fond\ mvt}^{max} = \frac{\pi}{30} \cdot N_{noix} \cdot \frac{D}{2} \cdot 60 \Rightarrow N_{noix} = \frac{v_{fond\ mvt}^{max}}{\pi D_{noix}}$$

Application numérique :

$$N_{noix} = \frac{8.9}{\pi \cdot 0.18} \approx 16 \text{ tr/min}$$

Question 22 Puissance mécanique nécessaire à la mise en mouvement du fond mouvant :

Expression :

$$P_{noix} = C_{noix} \frac{\pi \cdot N_{noix}}{30}$$

Application numérique :

$$P_{noix} = 4000 \frac{\pi \cdot 16}{30} \approx 6,6 \text{ kW}$$

Question 23 Classement des hypothèses de la plus fiable à la moins fiable

Hypothèse	Commentaires
H4	Transmission par obstacles (chaîne)
H3	Il y a sûrement du glissement entre l'amendement et le fond mouvant
H1	L'hétérogénéité de l'amendement (par exemple) ne permet pas d'avoir un épandage uniforme
H2	La répartition d'amendement change tout au long de l'épandage

II.2.3 - Calcul de la puissance hydraulique nécessaire et justification de la nécessité d'un réducteur mécanique**Question 24** Puissance hydraulique

Expression :

$$P_{hyd} = \frac{P_{noix}}{\eta_{meca} \cdot \eta_{vol}}$$

Application numérique :

$$P_{hyd} = \frac{8\,100}{0,9 \cdot 0,9} \approx 10 \text{ kW}$$

Question 25 Cylindrée minimale nécessaire

$$rem : C_{mot} = C_{noix}$$

$$C_y = \frac{2 \cdot \pi \cdot C_{mot}}{\eta_{meca} \cdot \Delta p} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4000}{0,9 \cdot 120 \cdot 10^5} \approx 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{tr} \approx 2,3 \text{ l/tr}$$

Question 26 Débit hydraulique nécessaire

$$Q = \frac{P_{hyd}}{\Delta p} = \frac{10\,000}{120 \cdot 10^5} \approx 8,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s} \approx 50 \text{ l/min}$$

Question 27 Résumer les caractéristiques dimensionnantes pour le moteur hydraulique

Caractéristique	Valeur trouvée	Unité
Puissance hydraulique	10 000	W
Cylindrée	2300	cm ³ /tr
Débit	50	l/min
Vitesse de rotation	16	tr/min
Différence de pression	120	bars
Couple	4 000	Nm

Commenter les résultats de dimensionnement du moteur hydraulique obtenus

Sans réducteur, il faudrait monter un moteur de très grosse cylindrée. Non présent au catalogue fourni.

Question 28 Justification de l'utilisation d'un réducteur mécanique

Influence de l'utilisation d'un réducteur sur :	Augmentation	Sans effet majeur	Diminution
Vitesse de rotation du moteur hydraulique	X		
Couple à délivrer par le moteur hydraulique			X
Cylindrée du moteur hydraulique			X
Puissance hydraulique nécessaire aux bornes du moteur hydraulique	X (si réducteur non parfait)	X (sinon)	
Puissance mécanique nécessaire sur l'arbre d'entraînement des noix		X	
Rendement de l'ensemble de la chaîne de transmission de puissance			X

II.2.4 - Choix du réducteur mécanique

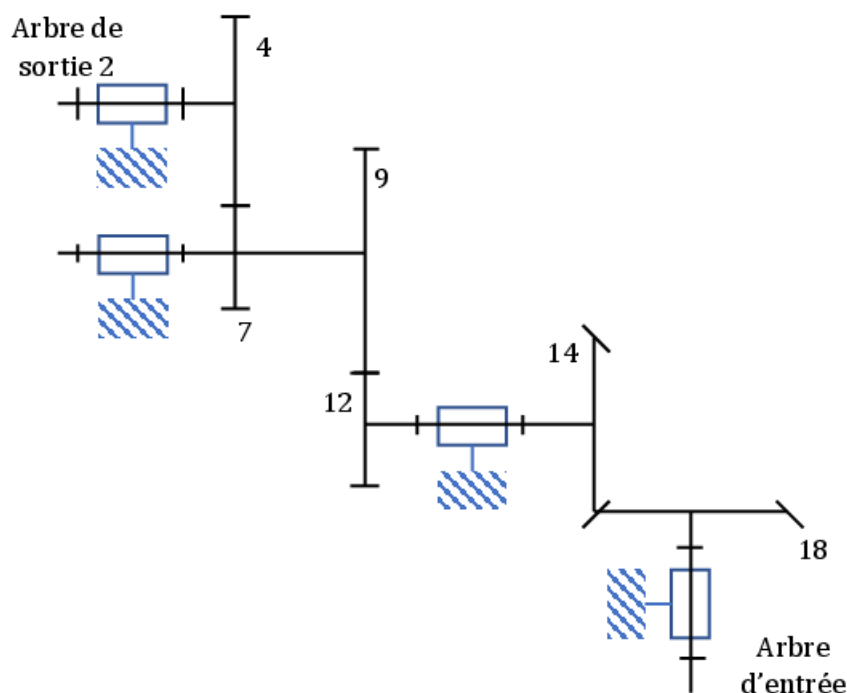
Question 29 Recensement des réducteurs adaptés à l'étude

Les réducteurs permettant d'avoir un couple de sortie de 4000 Nm mini sont les modèles RT 400/500/800/1000.

Question 30

Le modèle RT 400 est trop juste car il faut tenir compte du supplément de couple à fournir au démarrage et d'efforts résistants supplémentaires non pris en compte dans les calculs précédents. Le modèle RT500 semble donc convenir.

Question 31 Schéma cinématique du réducteur



Question 32 Rapport cinématique $R < 1$

$$|R| = \frac{Z_{18}}{Z_{14}} \cdot \frac{Z_{12}}{Z_9} \cdot \frac{Z_7}{Z_4}$$

$$\text{AN : } |R| = \frac{28}{43} \cdot \frac{10}{63} \cdot \frac{12}{54} \approx \frac{1}{43} \approx 0,023$$

Question 33 Rendement global du réducteur :

$$\eta_{\text{réd}} = (\eta_{\text{eng}})^3$$

$$\text{AN : } \eta_{\text{réd}} = (0,95)^3 \approx 0,86$$

Question 34 Couple réel à fournir en entrée du réducteur :

$$C_{\text{réd}} = \frac{C_{\text{noix}} \cdot R}{\eta_{\text{réd}}}$$

$$AN : C_{red} = \frac{4000}{0,8645} \approx 100 \text{ N.m}$$

Question 35 Nouvelle expression de la cylindrée théorique du moteur hydraulique :

$$C_y = \frac{2\pi \cdot C_{red}}{\eta_{méca} \cdot \Delta p}$$

$$AN : C_y = \frac{2\pi \cdot 100}{0,9 \cdot 120 \cdot 10^5} \approx 5,8 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{tr} \approx 58 \text{ cm}^3/\text{tr}$$

Question 36 Conditions d'épandage les plus exigeantes :

Conditions d'épandage	Minimum souhaité	Maximum souhaité	
Dosage	5 tonnes par hectare	40 tonnes par hectare	X
Vitesse d'avance du tracteur	5 km/h	10 km/h	X

Question 37 Vitesse de rotation du moteur hydraulique

$$N_{mot} = \frac{N_{noix}}{R}$$

$$AN : N_{mot} = 18,45 = 810 \text{ tr/min}$$

Question 38 Modèle de moteur hydraulique choisi :

On choisit le modèle XLH80cc car il possède une cylindrée supérieure à 58cc et peut atteindre une vitesse angulaire de 810 tr/min tout en fournissant au moins 100 N.m.

II.3 - Dimensionnement de la chaîne de transmission de puissance des rotors de distribution verticaux

II.3.1 - Détermination du rapport cinématique nécessaire entre vitesse de rotation de l'arbre d'entraînement et la vitesse de rotation des rotors de distribution

Question 39 Expression du vecteur vitesse lorsque la particule est solidaire du rotor de distribution :

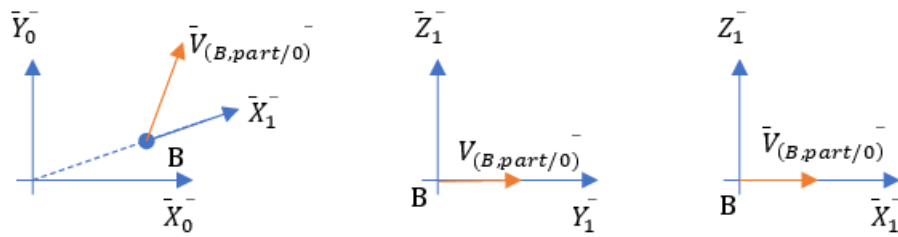
Particule liée au solide 1

$$\vec{V}_{(B, particule/R_0)} = \vec{V}_{(B,1/R_0)} = \vec{V}_{(A,1/R_0)} + \Omega_{RD} \wedge \vec{A'B} \text{ (Varignon)}$$

$$\vec{V}_{(B,1/R_0)} = \vec{0} + \Omega_{RD} \vec{Z}_1 \wedge (r_A \vec{X}_1 + r_{part} \vec{Z}_2)$$

$$\vec{V}_{(B,1/R_0)} = \Omega_{RD} (r_A \vec{Y}_1 + r_{part} \sin \varphi \vec{X}_1)$$

Question 40 Tracé schématique du vecteur vitesse lorsque la particule est solidaire du rotor de distribution :



Question 41 Différences entre les vecteurs vitesses :

La vis entraîne la particule vers le haut du fait de la forme de l'hélice. Au moment de l'éjection on suppose que la particule est projetée en direction du côté de la remorque (la direction $\bar{y}_0$ fait référence à la largeur de l'épandage) ce qui justifie le terme nul sur x_0 .

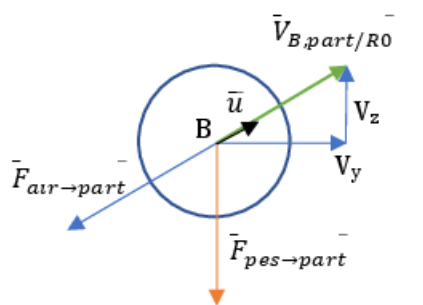
Explication : l'étude dynamique est différente de l'étude cinématique.

Question 42 Théorème(s) permettant d'obtenir les équations de mouvement :

Principe Fondamental de la Dynamique appliqué à la particule (ici considérée comme masse ponctuelle) : donc seules les équations des résultantes sur $\bar{y}_0$ et $\bar{z}_0$ sont prises en compte. R_0 considéré comme référentiel galiléen.

On néglige la poussée d'Archimède sur la particule de taille très réduite.

La particule subit l'action de la pesanteur et de l'air.



Le vecteur directeur de $\bar{V}_{B,part/R0}$ s'écrit : $\bar{u} = \begin{pmatrix} V_y / \|\bar{V}_{B,part/R0}\| \\ V_z / \|\bar{V}_{B,part/R0}\| \end{pmatrix}_{B0}$ avec $\|\bar{V}_{B,part/R0}\|^2 = V_y^2 + V_z^2$

Equations des résultantes dynamiques

$$/ \bar{y}_0 \text{ (horizontal)} : -\frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot S_{prj} \cdot C_x \cdot (V_y^2 + V_z^2) (V_y / \|\bar{V}_{B,part/R0}\|) = m_{part} \cdot \frac{dV_y}{dt}$$

$$/ \bar{z}_0 \text{ (vertical)} : -\frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot S_{prj} \cdot C_x \cdot (V_y^2 + V_z^2) (V_z / \|\bar{V}_{B,part/R0}\|) - m_{part} \cdot g = m_{part} \cdot \frac{dV_z}{dt}$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot S_{prj} \cdot C_x \cdot V_y \cdot \sqrt{(V_y^2 + V_z^2)} = m_{part} \cdot \frac{dV_y}{dt} \\ -\frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot S_{prj} \cdot C_x \cdot V_z \cdot \sqrt{(V_y^2 + V_z^2)} - m_{part} \cdot g = m_{part} \cdot \frac{dV_z}{dt} \end{cases}$$

$$\text{Avec } m_{part} = \rho_{par} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_{part}^3$$

Question 43 Peut-on résoudre les équations précédentes directement ?

Non, car les équations sont non linéaires (à cause des carrés) et couplées car $\|\vec{V}_{(B,part/R0)}\|^2 = V_y^2 + V_z^2$.

Méthodologie : en supposant la vitesse de la particule quasi constante (!) le terme $\sqrt{(V_y^2 + V_z^2)}$ devient constant et les équations deviennent découplées et linéaires. (voir question suivante).

Question 44 Composantes de la vitesse en fonction du temps :

L'équation $\frac{dV_y}{dt} + 0,3 \cdot V_y = 0$ est une équation différentielle du 1^{er} ordre sans second membre.

La solution générale est donc $V_y(t) = A \cdot e^{-0,3t}$.

Conditions initiales : $V_y(0) = V_{y0}$ donc $A = V_{y0}$

$$V_y(t) = V_{y0} \cdot e^{-0,3t}$$

$$V_y(t) = 17 \cdot e^{-0,3t}$$

L'équation $\frac{dV_z}{dt} + 0,3 \cdot V_z = -10$ est une équation différentielle du 1^{er} ordre avec second membre.

La solution générale est donc $V_z(t) = B \cdot e^{-0,3t}$.

La solution particulière est $V_z(t) = \frac{-10}{0,3}$. Donc $V_z(t) = B \cdot e^{-0,3t} - \frac{10}{0,3}$

Conditions initiales : $V_z(0) = V_{z0}$ donc $B - \frac{10}{0,3} = V_{z0}$ soit $B = \frac{10}{0,3} + V_{z0}$

$$V_z(t) = \frac{10}{0,3} \cdot (e^{-0,3t} - 1) + V_{z0} e^{-0,3t}$$

$$V_z(t) = \frac{109}{3} \cdot e^{-0,3t} - \frac{100}{3}$$

Question 45 Expression de la position en fonction du temps

On intègre / temps les expressions précédentes :

$$Y(t) = \frac{V_{y0}}{0,3} \cdot (1 - e^{-0,3t}) + Y_{ini}$$

$$Y(t) = \frac{17}{0,3} \cdot (1 - e^{-0,3t}) + Y_{ini}$$

$$Z(t) = \frac{1}{0,3} \cdot (1 - e^{-0,3t}) \cdot \left(V_{z0} + \frac{10}{0,3} \right) - \frac{10 \cdot t}{0,3} + Z_{ini}$$

$$Z(t) = \frac{1}{0,3} \cdot (1 - e^{-0,3t}) \cdot \left(\frac{109}{3} \right) - \frac{10 \cdot t}{0,3} + Z_{ini}$$

$$Z(t) = \frac{1090}{9} \cdot (1 - e^{-0,3t}) - \frac{10 \cdot t}{0,3} + Z_{ini}$$

Question 46 Raisons expliquant le choix de la position initiale :

$Y_{ini}=0$: on se place dans le plan médian de la remorque.

$Z_{ini}=2,5$ m : hauteur maximum des rotors (?)

Par lecture des courbes : temps de chute environ égale à 1,05 s

La distance horizontale latérale parcourue est environ égale à 16 m.

Question 47 Exigence 1.3 satisfaite ?

$16m < 18m$

Difficile de répondre car le résultat dépend de la masse des particules. Pour cette masse les 18 m ne sont pas atteints.

Le calcul a été effectué pour une masse de particule moyenne. Les masses plus petites iront plus loin. (le coefficient 0.3 des équations différentielles augmente.)

Il ne faut pas dépasser les 18 m au risque d'épandre en dehors de la zone désirée.

Question 48

Vitesse de rotation du distributeur : on a $|V_{ini}| = \frac{d_{hér}}{2} \cdot \Omega_{RD}$ donc $\Omega_{RD} = \frac{2}{d_{hér}} \sqrt{V_y^2 + V_z^2}$

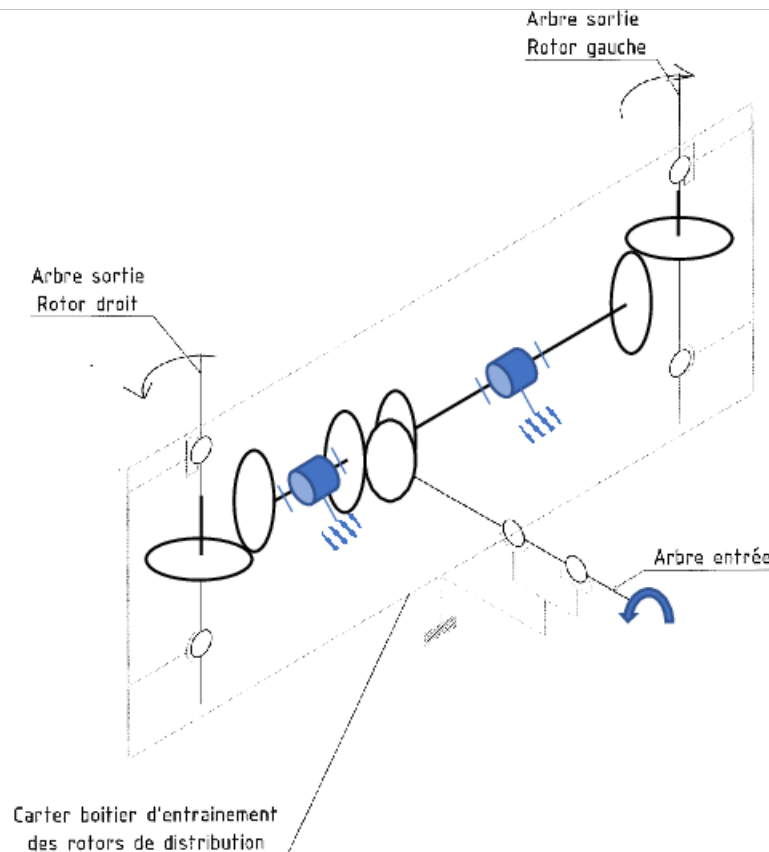
$$AN : \Omega_{RD} = \frac{2}{0,74} \sqrt{17^2 + 3^2} \approx 47 \frac{rad}{s} \approx 470 \text{ tr/min}$$

Question 49 Valeur du rapport cinématique :

$$R_{hér.} = \frac{470}{1000} = 0,47$$

II.3.2 - Architecture du boîtier d'entraînement des rotors de distribution

Question 50 Proposition d'architecture de boîtier d'entraînement :



Tous les engrenages sont à pignons coniques.

II.3.3 - Dimensionnement de l'accouplement entre l'arbre de sortie du boîtier des rotors de distribution et les rotors de distribution

Question 51 Couple maximal à transmettre à un rotor de distribution :

$$C_{RD} = \frac{P_{tracteur}^{max}}{\Omega_{RD}}$$

$$AN : C_{RD} = \frac{110 \cdot 10^3}{450 \cdot \frac{\pi}{20}} \approx 2,3 \cdot kN \cdot m$$

Avec l'hypothèse que la totalité de la puissance disponible se transmet sur un seul rotor.

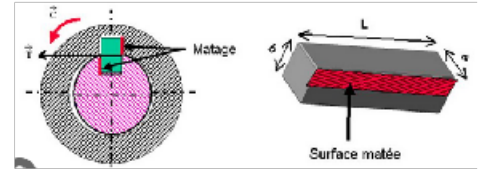
Question 52 Longueur minimale de clavette à utiliser :

L'effort maximal à transmettre entre les deux arbres est encaissé par la surface en contact de la clavette.

On suppose que la moitié de la hauteur de clavette doit transmettre l'effort.

$$\frac{C_{RD}}{d_{BE}/2} = p_{mat} \cdot L_{clav} \cdot \frac{h_{clav}}{2}$$

$$\text{Donc } \frac{4 \cdot C_{RD}}{p_{mat} \cdot h_{clav} \cdot d_{BE}} = L_{clav}$$



$$\text{AN } L_{clav} = \frac{4.2300}{75.10.52} \approx 240 \text{ mm}$$

$$\text{Pour rappel } [\text{MPa}] \cdot [\text{mm}]^2 = [\text{N}]$$

La clavette est trop longue par rapport à l'espace disponible (100 mm voir question suivante). Le couple est trop élevé pour cette solution par obstacle.

Question 53 Longueur minimale des cannelures à utiliser :

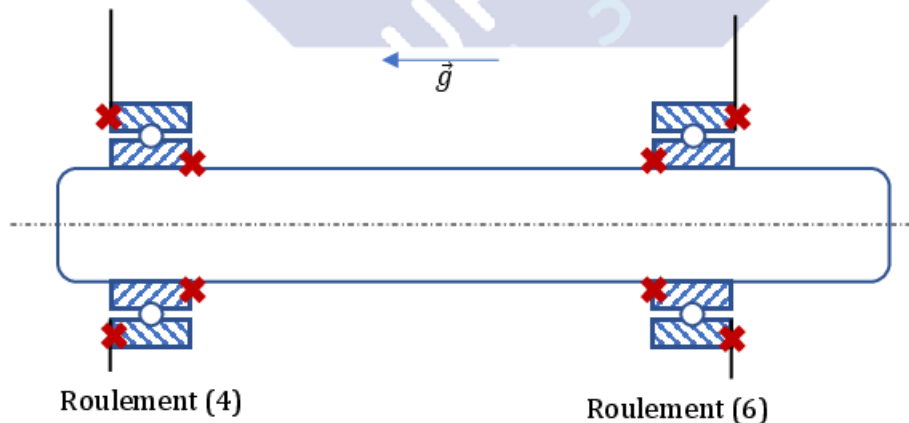
$d_{BE} = 52 \text{ mm}$ impose $s = 18 \text{ mm}^2$ de surface d'appui par mm de longueur (voir doc norme série moyenne).

$$\frac{C_{RD}}{d_{BE}/2} = p_{mat} \cdot L_{cann} \cdot s \text{ donc } \frac{2 \cdot C_{RD}}{p_{mat} \cdot s \cdot d_{BE}} = L_{cann}$$

$$\text{AN : } \frac{2.2300}{75.18.52.10^{-2}} = 66 \text{ mm} < 100 \text{ mm}$$

Pour ce diamètre, avec les cannelures, on a 30% de marge de supplément de couple transmissible.

Question 54 Type de montage de roulements utilisé :



Montage hyperstatique de roulement à billes à gorge profonde. La charge extérieure est de direction fixe par rapport à l'axe mobile : les bagues intérieures sont montées serrées sur l'arbre.

Si les éléments roulants étaient des roulements à contacts obliques on parlerait de montage X.

Son avantage est son montage assez simple (les roulements sont associés à l'arbre avant que celui-ci soit monté sur le bâti). Son inconvénient est la gestion de l'hyperstatisme (contrainte linéaire de direction l'axe de l'arbre).

Le roulement (4) possède une taille supérieure à celle du (6) car :

- Il est plus proche du pignon conique donc les efforts radiaux sont plus élevés. La présence des cannelures côté roulement (6) limite les efforts radiaux (seul un couple est transmis).
- Il doit aussi transmettre les efforts de pesanteur du rotor complet.

Question 55 Nom du composant (8) :

Il s'agit d'un joint d'étanchéité dynamique à contact radial (joint à lèvre).

La fonction est de limiter la sortie du fluide de lubrification interne au boîtier vers l'extérieur. Les résidus extérieurs peuvent aussi difficilement entrer dans le boîtier ce qui augmente sa durée de vie.

Question 56 Expression du torseur de l'action mécanique d'engrènement en C :

$$\begin{aligned} \text{D'après la figure 30 : } \left\{ \begin{array}{l} \frac{X_{eng}}{Z_{eng}} = \tan \alpha \\ \frac{Y_{eng}}{X_{eng}} = \tan \beta \\ F_{eng}^2 = X_{eng}^2 + Y_{eng}^2 + Z_{eng}^2 \end{array} \right. \\ \{T_{eng \rightarrow (2)}\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{-F_{eng}}{\sqrt{1 + (\tan \beta)^2 + \frac{1}{(\tan \alpha)^2}}} \quad 0 \\ \frac{-F_{eng} \cdot \tan \beta}{\sqrt{1 + (\tan \beta)^2 + \frac{1}{(\tan \alpha)^2}}} \quad 0 \\ \frac{-F_{eng}}{\tan \alpha \cdot \sqrt{1 + (\tan \beta)^2 + \frac{1}{(\tan \alpha)^2}}} \quad 0 \end{array} \right\}_{(C, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \end{aligned}$$

Question 57 Barrer les composantes nulles :

$$\text{Sphérique de centre A : } \{T_A\} = \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{pmatrix}_{(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} ;$$

$$\text{Sphère cylindre de centre B d'axe } (B, \vec{X}) : \{T_B\} = \begin{pmatrix} Y_B \\ Z_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{ } \\ \text{ } \end{pmatrix}_{(B, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

Question 58 Système isolé : axe 7 (ou 5 ?)

Hypothèses :

- Les liaisons sont supposées parfaites.
- L'axe 7 pivote à vitesse constante / bâti supposé associé à un référentiel galiléen (statique).
- Pesanteur négligée.

Le modèle est supposé isostatique avec 5 inconnues d'actions mécaniques à déterminer.

Toutes les équations du PFS appliqué à 7/Rg sont utiles à l'exception de l'équation des moments en A projetés sur $\vec{X}$.

Cela dit F_{eng} est déterminé avec cette équation des moments projetés sur $\vec{X}$. (équation de mouvement)

Question 59 Expression des torseurs d'actions transmissibles par les liaisons en A et B :

On néglige les efforts de pesanteur devant les autres efforts extérieurs.

PFS à 7 /Rg

$$\left\{ \begin{array}{c} X_A \vec{x} + Y_A \vec{y} + Z_A \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A + \left\{ \begin{array}{c} Y_B \vec{y} + Z_B \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_B + \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_{ext \rightarrow 7} \vec{x} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{c} X_{eng} \vec{x} + Y_{eng} \vec{y} + Z_{eng} \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_C = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

Equations des résultantes :

$$(X_A + X_{eng}).\vec{x} + (Y_A + Y_B + Y_{eng}).\vec{y} + (Z_A + Z_B + Z_{eng}).\vec{z} = \vec{0}$$

Equations des moments en A :

$$\vec{0} + (Y_B \vec{y} + Z_B \vec{z}) \wedge \vec{BA} + C_{ext \rightarrow 7} \vec{x} + (X_{eng} \vec{x} + Y_{eng} \vec{y} + Z_{eng} \vec{z}) \wedge \vec{CA} = \vec{0}$$

$$\text{Avec } \vec{BA} = -x_B \vec{x} \text{ et } \vec{CA} = -x_C \vec{x} - y_C \vec{y}$$

$X_A = -X_{eng}$	$X_B = 0$
$Y_A = -Y_{eng} + \frac{x_C Y_{eng} - y_C X_{eng}}{x_B}$	$Y_B = \frac{-x_C Y_{eng} + y_C X_{eng}}{x_B}$
$Z_A = \frac{x_C - x_B}{x_B} \cdot Z_{eng}$	$Z_B = \frac{-x_C}{x_B} \cdot Z_{eng}$
$L_A = 0$	$L_B = 0$
$M_A = 0$	$M_B = 0$
$N_A = 0$	$N_B = 0$

Question 60 Expression des charges axiales et radiales sur les roulements :

	Charge axiale	Charge radiale
Roulement (4) (en A)	X_A	$\sqrt{Y_A^2 + Z_A^2}$
Roulement (6) (en B)	0	$\sqrt{Y_B^2 + Z_B^2}$

Question 61 Expression de la charge dynamique des roulements en fonction de F_a et F_r :

Seul le roulement (4) en A doit transmettre des efforts axiaux : calcul de $f_0 \frac{F_a}{C_0} = 13,2 \cdot \frac{10000}{60000} = 2,2$ proche de 2,07 du tableau de la figure 31 donc

$$\rightarrow e = 0,34; X = 0,56; Y = 1,31$$

$$\text{De plus } F_a / F_r = \frac{10000}{24000} = 0,42 > e$$

$$\text{Donc } P_{(4)} = 0,56.24000 + 1,31.10000 \approx 26,5 \text{ kN}$$

$$\text{Pour le roulement (6) } P_{(6)} = F_r \text{ soit } P_{(6)} = 10 \text{ kN}$$

Question 62 Durée de vie des roulements :

Remarque : C et P sont de même unité (N ou kN au choix), la fig 32 (copie de la documentation SKF) est ambiguë.

$$L_{10(4)} = \left(\frac{97,5}{26,5} \right)^3 \approx 50 \text{ millions de tours}$$

$$L_{10h(4)} = \frac{10^6}{60.500} \cdot 50 \approx 1670 \text{ h} < 2000 \text{ h} \text{ donc l'exigence 1.4 n'est pas validée pour ce roulement.}$$

$$L_{10(6)} = \left(\frac{74,1}{10} \right)^3 \approx 407 \text{ millions de tours}$$

$$L_{10h(6)} = \frac{10^6}{60.500} \cdot 407 \approx 13500 \text{ h} >> 2000 \text{ h} \text{ donc l'exigence 1.4 est validée pour ce roulement.}$$

- Il faudrait revoir les choix pour avoir des durées de vie à peu près identiques et légèrement supérieures à celles imposée par le cahier des charges pour les 2 roulements.

Commentaires sur l'architecture du montage de roulement choisie :

- Montage hyperstatique : exige la mise en place de cales de réglages sur l'appui plan du chapeau / bâti.