teaching sciences for innovation

Proposition de corrigé

Concours : ATS

Année : 2023

Filière : ATS

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'UPSTI (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des droits d'auteur).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les Sciences de l'Ingénieur, l'orientation, les Grandes Ecoles ainsi que sur les Olympiades de Sciences de l'Ingénieur et sur les Sciences de l'Ingénieur au Féminin sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Etude d'un tunnelier

Corrigé UPSTI

I - Etude cinématique de l'érecteur

Objectif : Déterminer les données cinématiques préalables à une étude des actions mécaniques du préhenseur sur le voussoir.

Question 1 Donner les noms et les caractéristiques puis établir les expressions des torseurs cinématiques des liaisons entre les solides 0-1 en O, 1-2 en A et 2-3 en A.

Entre les solides 0 et 1, on a une liaison glissière de direction $\overrightarrow{x_0}$.

Entre les solides 1 et 2, on a une liaison pivot d'axe $(A,\overrightarrow{x_0})$.

Entre les solides 2 et 3, on a une liaison glissière de direction $\overrightarrow{y_3}$.

Les formes générales des torseurs cinématiques sont :

$$\{\mathcal{V}_{R1/R0}\} = \begin{Bmatrix} 0 & v_{x,1/0} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{O,R_0} \quad \{\mathcal{V}_{R2/R1}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x,2/1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A,R_0} \quad \{\mathcal{V}_{R3/R2}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & v_{y,3/2} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A,R_3}$$

En utilisant les données de l'énoncé

$$\{\mathcal{V}_{R1/R0}\} = \begin{Bmatrix} 0 & \dot{x}_A \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{O,R_0} \quad \{\mathcal{V}_{R2/R1}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A,R_0} \quad \{\mathcal{V}_{R3/R2}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \dot{R} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A,R_3}$$

Question 2 Déterminer, en G, l'expression du torseur cinématique du solide 3 dans son mouvement par rapport au référentiel galiléen R_0.

On a $\overrightarrow{\Omega_{R3/R0}} = \overrightarrow{\Omega_{R3/R2}} + \overrightarrow{\Omega_{R2/R1}} + \overrightarrow{\Omega_{R1/R0}} = \dot{\theta}\overrightarrow{x_0}$.

On a $\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AG} = x_A\overrightarrow{x_0} + R\overrightarrow{y_3}$. Par définition, on a :

$$\overrightarrow{V_{G,R3/R0}} = \overrightarrow{V_{G/R0}} = \left.\frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}\right|_{R_0} = \left.\frac{d\left(x_A\overrightarrow{x_0} + R\overrightarrow{y_3}\right)}{dt}\right|_{R_0} = \dot{x}_A\overrightarrow{x_0} + \dot{R}\overrightarrow{y_3} + R\left.\frac{d\overrightarrow{y_3}}{dt}\right|_{R_0}.$$

En utilisant la formule de Poisson, $\left.\frac{d\overrightarrow{y_3}}{dt}\right|_{R_0} = \overrightarrow{\Omega_{R3/R0}} \wedge \overrightarrow{y_3} = \dot{\theta}\overrightarrow{x_3} \wedge \overrightarrow{y_3} = \dot{\theta}\overrightarrow{z_3}$.

Finalement $\boxed{\{\mathcal{V}_{R3/R0}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} & \dot{x}_A \\ 0 & \dot{R} \\ 0 & R\dot{\theta} \end{Bmatrix}_{G,R_3}}$.

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Question 3 Déterminer l'expression dans la base $\left(\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_3}\right)$ de l'accélération $\overrightarrow{a_{G,3/0}}$ du point G appartenant au solide 3 dans son mouvement par rapport au référentiel galiléen R_0 en fonction des caractéristiques dimensionnelles.

Par définition $\overrightarrow{a_{G,3/0}}=\left.\dfrac{d\overrightarrow{V_{G/R0}}}{dt}\right|_{R_0}=\left.\dfrac{d\left(\dot{x}_A\overrightarrow{x_0}+\dot{R}\overrightarrow{y_3}+R\dot{\theta}\overrightarrow{z_3}\right)}{dt}\right|_{R_0}=\ddot{x}_A\overrightarrow{x_0}+\ddot{R}\overrightarrow{y_3}+\dot{R}\dot{\theta}\overrightarrow{z_3}+\dot{R}\dot{\theta}\overrightarrow{z_3}+R\ddot{\theta}\overrightarrow{z_3}+R\dot{\theta}\left[\dot{\theta}\overrightarrow{x_3}\wedge\overrightarrow{z_3}\right]$.

Soit $\overrightarrow{a_{G,3/0}}=\ddot{x}_A\overrightarrow{x_0}+\ddot{R}\overrightarrow{y_3}+2\dot{R}\dot{\theta}\overrightarrow{z_3}+R\ddot{\theta}\overrightarrow{z_3}-R\dot{\theta}^2\overrightarrow{y_3}$, $\boxed{\overrightarrow{a_{G,3/0}}=\ddot{x}_A\overrightarrow{x_0}+\left(\ddot{R}-R\dot{\theta}^2\right)\overrightarrow{y_3}+\left(R\ddot{\theta}+2\dot{R}\dot{\theta}\right)\overrightarrow{z_3}}$

Question 4 Etablir les équations du mouvement pour les trois phases de fonctionnement en fonction des caractéristiques.

Représenter, sur le document réponses, l'allure des courbes d'accélération angulaire et de position angulaire pour les trois phases. Renseigner les tracés avec les caractéristiques connues.

Pour la phase d'accélération $0\le t\le t_1$

avec $t_1=t_A$, on a $\omega(t)=\dfrac{\Omega_P}{t_A}t$

$\Rightarrow$ $\boxed{\theta(t)=-90+\dfrac{\Omega_P}{2t_1}t^2 \quad 0\le t\le t_1}$.

Rappel : $\theta(t)$ est exprimé en degré.

A.N. $\theta(t_1)=-90+\dfrac{16}{2}\times 1=-82°$

Pour la phase à vitesse constante $t_1\le t\le t_2$

avec $t_2=T_{cycle}-t_F$, on a $\omega(t)=\Omega_P$

$\Rightarrow$ $\boxed{\theta(t)=\theta(t_1)+\Omega_P\left(t-t_1\right) \quad t_1\le t\le t_2}$.

A.N. $\theta(t_2)=-82+16\times(11-1)=78°$

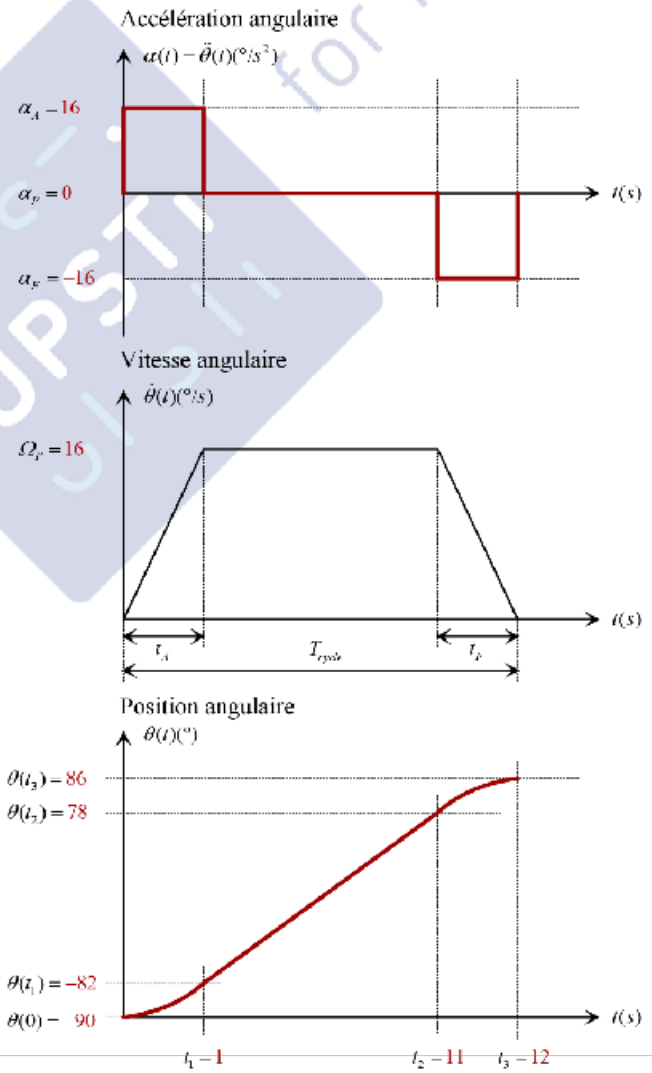
Pour la phase de décélération $t_2\le t\le t_3$

avec $t_3=T_{cycle}-t_F$ on a

$\omega(t)=\Omega_P-\dfrac{\Omega_P}{t_F}\left(t-t_2\right)$.

$\Rightarrow$ $\boxed{\theta(t)=\theta(t_2)+\Omega_P\left(t-t_2\right)-\dfrac{\Omega_P}{2t_F}\left(t-t_2\right)^2 \quad t_2\le t\le t_3}$

A.N. $\theta(t_3)=78+16\times(12-11)-\dfrac{16}{2\times 1}(12-11)^2=86°$



Question 5 A partir des équations de mouvement, déterminer la position angulaire maximale qu'il est possible d'atteindre à la fin du temps de cycle.

La position finale est +86° d'après la question Q4.

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Question 6 Vérifier qu'avec le cycle proposé $(T_{cycle}, \Omega_P, t_A, t_F)$ que la pose du voussoir le plus éloigné est possible.

Expression analytique après application de la méthode des aires : $\theta(T_{cycle}) = \theta(0) + \frac{\Omega_P}{2}(2T_{cycle} - t_A - t_F)$.

La position initiale étant de $-90°$ et la position finale étant de $+86°$, on a une variation de $176°$, ce qui ne permet pas de positionner le voussoir le plus éloigné. Il manque $+4°$. La pose du voussoir le plus éloigné n'est pas possible avec le cycle proposé.

II - Préhension du voussoir

Objectif : Rechercher la valeur de la dépression nécessaire pour garantir le non-décollement, le non-glissement et le non-basculement du voussoir par rapport à la table d'aspiration.

II.1 - Etude statique du levage

Question 7 Déterminer l'expression du volume du voussoir le plus volumineux en fonction de ses caractéristiques géométriques (figure 20a).

Méthode 1 : par calcul de volumes connus

Le volume V_{ext} du cylindre plein de rayon R_{ext} et de hauteur L est donné par $V_{ext} = \pi R_{ext}^2 L$.

Le volume V_{int} du cylindre plein de rayon R_{int} et de hauteur L est donné par $V_{int} = \pi R_{int}^2 L$.

Le volume V_{creux} du cylindre creux (qui correspond à un arc complet de 2π) de rayon extérieur R_{ext} et de rayon intérieur R_{int} est donné par $V_{creux} = V_{ext} - V_{int} = \pi\left(R_{ext}^2 - R_{int}^2\right)L$.

Le volume du voussoir qui correspond à un arc de cercle d'angle α est donné par $V_{voussoir} = \pi\left(R_{ext}^2 - R_{int}^2\right)L\frac{\alpha}{2\pi}$.

$$\boxed{V_{voussoir} = \frac{1}{2}\left(R_{ext}^2 - R_{int}^2\right)L\alpha}$$

Méthode 2 : par intégration

$dV_{voussoir} = LdS_{voussoir}$ avec $dS_{voussoir} = rdrd\varphi$ surface élémentaire de normale $\overrightarrow{x_3}$ où $R_{int} \le r \le R_{ext}$ et $-\frac{\alpha}{2} \le \varphi \le +\frac{\alpha}{2}$.

D'où $V_{voussoir} = L\int_{R_{int}}^{R_{ext}}\int_{-\frac{\alpha}{2}}^{+\frac{\alpha}{2}} rdrd\varphi = L\left[\int_{R_{int}}^{R_{ext}} rdr\right]\left[\int_{-\frac{\alpha}{2}}^{+\frac{\alpha}{2}} d\varphi\right] = L\left[\frac{r^2}{2}\right]_{R_{int}}^{R_{ext}}\left[\varphi\right]_{-\frac{\alpha}{2}}^{+\frac{\alpha}{2}} = \frac{L}{2}\left(R_{ext}^2 - R_{int}^2\right)\alpha$

$$\boxed{V_{voussoir} = \frac{1}{2}\left(R_{ext}^2 - R_{int}^2\right)L\alpha}$$

Question 8 En déduire l'expression puis la valeur du poids P_v du plus gros voussoir.

On a $P_v = m_{voussoir}g = \rho V_{voussoir}g \iff \boxed{P_v = \frac{1}{2}\rho g L\left(R_{ext}^2 - R_{int}^2\right)\alpha}$.

A.N. $P_v = \frac{1}{2}\times 2600 \times 9{,}81 \times 1{,}85 \times \left(5{,}8^2 - 5{,}45^2\right) \times \frac{48}{180} \times \pi \iff \boxed{P_v = 77826\ N}$.

Remarque : cette valeur est cohérente avec celle donnée dans la suite du sujet.

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Question 9 Déterminer l'expression et calculer la valeur de la pression relative Δp générée par la pompe à vide.

On a $\boxed{\Delta p = p_{atm} - p_{abs}}$.

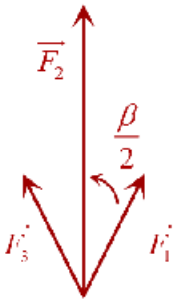
A.N. $\Delta p = 10^5 - 0{,}15.10^5 \Leftrightarrow \boxed{\Delta p = 0{,}85.10^5\ Pa}$.

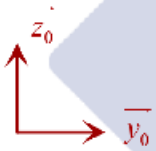
Question 10 A partir de la répartition de pression (figure 23) dues aux ventouses V1 à V3 :

- Déterminer l'expression de l'action de pression $\overrightarrow{F_1}$ au point P_1, dans la base $B_0\left(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0}\right)$ en fonction de Δp, β et S_1.

- Déterminer l'expression de l'action de pression $\overrightarrow{F_2}$ au point P_2, dans la base $B_0\left(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0}\right)$ en fonction de Δp, β et S_2.

- Déterminer l'expression de l'action de pression $\overrightarrow{F_3}$ au point P_3, dans la base $B_0\left(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0}\right)$ en fonction de Δp, β et S_3.





$$\overrightarrow{F_1} = \Delta p S_1\left[\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)\overrightarrow{y_0} + \cos\left(\frac{\beta}{2}\right)\overrightarrow{z_0}\right]$$

$$\overrightarrow{F_2} = \Delta p S_2 \overrightarrow{z_0}$$

$$\overrightarrow{F_3} = \Delta p S_3\left[-\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)\overrightarrow{y_0} + \cos\left(\frac{\beta}{2}\right)\overrightarrow{z_0}\right]$$

Question 11 A partir d'une étude statique sur le voussoir isolé, déterminer l'expression de la dépression minimale Δp_{mini} permettant de soulever le voussoir en fonction du poids du voussoir P_v, des surfaces des ventouses S_1, S_2, S_3 et de l'angle β.

On isole le voussoir et on applique le PFS en résultante sur $\overrightarrow{z_0}$.

Le voussoir est soumis à 4 actions extérieures, qui sont toutes des forces :

- l'action de la pesanteur, $\overrightarrow{P_v}$;
- l'action de la ventouse V1, $\overrightarrow{F_1}$;
- l'action de la ventouse V2, $\overrightarrow{F_2}$;
- l'action de la ventouse V3, $\overrightarrow{F_3}$.

PFS en résultante sur $\overrightarrow{z_0}$: $\left(\overrightarrow{P_v}+\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}\right).\overrightarrow{z_0} = 0 \Leftrightarrow -P_v + \Delta p S_1 \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) + \Delta p S_2 + \Delta p S_3 \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) = 0$.

$$\Rightarrow \boxed{\Delta p_{mini} = \frac{P_v}{\left[S_2 + (S_1+S_3)\cos\left(\frac{\beta}{2}\right)\right]}}$$

A.N. $\Delta p_{mini} = \dfrac{80000}{\left[2 + 2\times 0{,}8\times \cos(15)\right]} \Leftrightarrow \boxed{\Delta p_{mini} = 0{,}23\ bar}$.

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Question 12 La valeur de Δp_{mini} ainsi déterminée est-elle compatible avec celle générée par la pompe à vide ? Justifier la réponse.

La pompe à vide génère une dépression $0,85\,bar$ qui est supérieure à Δp_{mini}, la pompe est bien dimensionnée.

Question 13 Justifier, sans faire de calcul, le choix du positionnement des centres de poussées vis-à-vis de la position du centre de gravité du voussoir lors de l'avancée du chariot longitudinal (suivant l'axe $(O,\overrightarrow{x_0})$) durant l'étape de préhension d'un voussoir.

Les centres de poussée ont été positionnés symétriquement par rapport à l'axe de symétrie du voussoir pour ne pas avoir à compenser un couple dû à l'action de la pesanteur sur le voussoir et ainsi éviter le basculement du voussoir par rapport à la table d'aspiration.

II.2 - Etude statique en phase de sortie du chariot radial

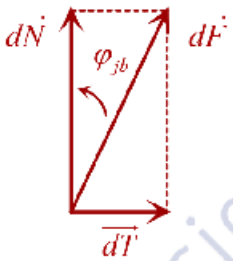
Question 14 Donner l'expression de la surface élémentaire dS en fonction de R_{int}, $d\xi$ et L.

On a $\boxed{dS = R_{int} L d\xi}$.

Question 15 Donner l'expression de la force élémentaire dN en fonction de Δp et dS.

On a $\boxed{dN = \Delta p dS}$.

Question 16 Donner la relation vectorielle entre $d\vec{F}$, $d\vec{N}$ et $d\vec{T}$, en déduire la relation vectorielle entre $d\vec{F}$, Δp, dS et φ_{jb}.



On a $d\vec{F} = d\vec{N} + d\vec{T}$

$$tan(\varphi_{jb}) = \frac{dT}{dN} \Leftrightarrow dT = tan(\varphi_{jb}) dN = \Delta p tan(\varphi_{jb}) dS$$

$$d\vec{T} = \Delta p tan(\varphi_{jb}) dS \vec{t}$$

D'où $\boxed{d\vec{F} = \Delta p dS \vec{n} + \Delta p tan(\varphi_{jb}) dS \vec{t}}$.

Question 17 Déterminer l'expression de la force $\vec{F}$ résultante des actions de pression. Cette force sera exprimée dans la base $B_0(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0})$ et placée au point P_2.

Par symétrie la somme $\vec{N}$ de toutes les forces élémentaires $d\vec{N}$ est portée par $\overrightarrow{y_0}$.

$$\vec{N} = \int_S d\vec{N} = -\left(\int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \Delta p R_{int} L cos\xi d\xi\right)\overrightarrow{y_0} = -\Delta p R_{int} L \left[sin\xi\right]_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \overrightarrow{y_0} = -2\Delta p R_{int} L sin\left(\frac{\delta}{2}\right)\overrightarrow{y_0}.$$

Par symétrie la somme $\vec{F}$ de toutes les forces élémentaires $d\vec{F}$ est portée par $\overrightarrow{z_0}$.

$$\vec{T} = \int_S d\vec{F} = \left(\int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \Delta p R_{int} L tan(\varphi_{jb}) cos\xi d\xi\right)\overrightarrow{z_0} = \Delta p R_{int} L tan(\varphi_{jb})\left[sin\xi\right]_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \overrightarrow{z_0} = 2\Delta p R_{int} L tan(\varphi_{jb}) sin\left(\frac{\delta}{2}\right)\overrightarrow{z_0}$$

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

D'où $\boxed{\vec{F} = 2\Delta p R_{int} L \sin\left(\frac{\delta}{2}\right)\left[-\vec{y_0} + \tan(\varphi_{jb})\vec{z_0}\right]}$.

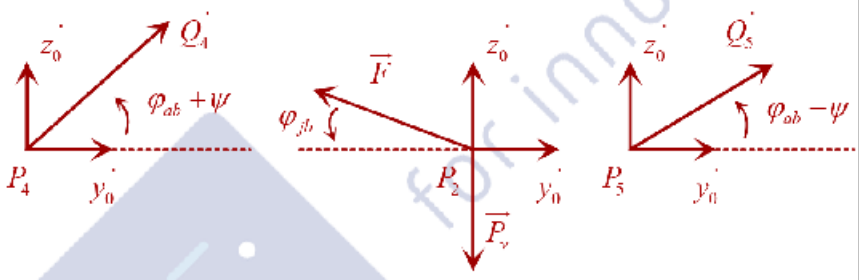
II.3 - Etude statique en phase de sortie du chariot radial

Question 18 Appliquer le Principe Fondamental de la Statique au voussoir isolé et en déduire l'expression de la pression relative minimale Δp_{mini} permettant d'éviter le glissement au contact table d'aspiration / voussoir, en fonction de P_v, et des angles φ_{ab} et φ_{jb}.

On isole le voussoir.

BAME :
Les 4 actions s'exerçant sur le voussoir sont des forces :

- l'action de la pesanteur, $\vec{P_v}$;
- l'action de la ventouse, $\vec{F}$;
- l'action du plot 4, $\vec{Q_4}$;
- l'action du plot 5, $\vec{Q_5}$.



On ne connait ni la norme de $\vec{Q_4}$, ni celle de $\vec{Q_5}$, ni celle de $\vec{F}$, on va donc devoir utiliser les 3 équations du PFS disponibles dans le plan.

PFS en résultante sur $\vec{y_0}$: $-F\cos(\varphi_{jb}) + Q_4\cos(\varphi_{ab}+\psi) + Q_5\cos(\varphi_{ab}-\psi) = 0$

PFS en résultante sur $\vec{z_0}$: $-P_v + F\sin(\varphi_{jb}) + Q_4\sin(\varphi_{ab}+\psi) + Q_5\sin(\varphi_{ab}-\psi) = 0$

Pour faire le PFS en moment sur $\vec{x_0}$, on choisit le point O pour faciliter les calculs.

En calculant les moments directement avec la méthode du bras de levier, on obtient :
$-P_v R + F\sin\varphi_{jb} R + Q_4\sin(\varphi_{ab})R + Q_5\sin(\varphi_{ab})R = 0$ soit $(Q_4+Q_5)\sin(\varphi_{ab}) = P_v - F\sin\varphi_{jb}$

En utilisant la dernière équation, on obtient $Q_5 = \frac{P_v - F\sin\varphi_{jb}}{\sin(\varphi_{ab})} - Q_4$.

On obtient alors le système :

$$\begin{cases} Q_4\cos(\varphi_{ab}+\psi) + \left[\frac{P_v - F\sin(\varphi_{jb})}{\sin(\varphi_{ab})}\right]\cos(\varphi_{ab}-\psi) - Q_4\cos(\varphi_{ab}-\psi) = F\cos(\varphi_{jb}) \\ Q_4\sin(\varphi_{ab}+\psi) + \left[\frac{P_v - F\sin(\varphi_{jb})}{\sin(\varphi_{ab})}\right]\sin(\varphi_{ab}-\psi) - Q_4\sin(\varphi_{ab}-\psi) = P_v - F\sin(\varphi_{jb}) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} Q_4\left[\cos(\varphi_{ab}+\psi) - \cos(\varphi_{ab}-\psi)\right] = F\cos(\varphi_{jb}) + \left[\frac{F\sin(\varphi_{jb}) - P_v}{\sin(\varphi_{ab})}\right]\cos(\varphi_{ab}-\psi) \\ Q_4\left[\sin(\varphi_{ab}+\psi) - \sin(\varphi_{ab}-\psi)\right] = P_v - F\sin(\varphi_{jb}) + \left[\frac{F\sin(\varphi_{jb}) - P_v}{\sin(\varphi_{ab})}\right]\sin(\varphi_{ab}-\psi) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2\sin(\varphi_{ab})\sin(\psi)Q_4 = F\cos(\varphi_{jb}) + \left[\frac{F\sin(\varphi_{jb}) - P_v}{\sin(\varphi_{ab})}\right]\cos(\varphi_{ab}-\psi) \\ 2\sin(\psi)\cos(\varphi_{ab})Q_4 = P_v - F\sin(\varphi_{jb}) + \left[\frac{F\sin(\varphi_{jb}) - P_v}{\sin(\varphi_{ab})}\right]\sin(\varphi_{ab}-\psi) \end{cases}$$

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

D'où $-tan(\varphi_{ab}) = \dfrac{Fcos(\varphi_{jb}) + \left[\dfrac{Fsin(\varphi_{jb}) - P_v}{sin(\varphi_{ab})}\right] cos(\varphi_{ab} - \psi)}{P_v - Fsin(\varphi_{jb}) + \left[\dfrac{Fsin(\varphi_{jb}) - P_v}{sin(\varphi_{ab})}\right] sin(\varphi_{ab} - \psi)}$

$$\Leftrightarrow \quad -tan(\varphi_{ab})P_v + tan(\varphi_{ab})Fsin(\varphi_{jb}) - \left[\frac{Fsin(\varphi_{jb}) - P_v}{cos(\varphi_{ab})}\right] sin(\varphi_{ab} - \psi) = Fcos(\varphi_{jb}) + \left[\frac{Fsin(\varphi_{jb}) - P_v}{sin(\varphi_{ab})}\right] cos(\varphi_{ab} - \psi)$$

Comme on cherche à déterminer la composante normale de $\vec{F}$, on introduit $N = Fcos(\varphi_{jb})$ dans l'expression :

$$-tan(\varphi_{ab})P_v + tan(\varphi_{ab})tan(\varphi_{jb})N - \left[\frac{tan(\varphi_{jb})N - P_v}{cos(\varphi_{ab})}\right] sin(\varphi_{ab} - \psi) = N + \left[\frac{tan(\varphi_{jb})N - P_v}{sin(\varphi_{ab})}\right] cos(\varphi_{ab} - \psi)$$

$$\Leftrightarrow \quad tan(\varphi_{ab})tan(\varphi_{jb})N - \frac{tan(\varphi_{jb})}{cos(\varphi_{ab})} sin(\varphi_{ab} - \psi)N - N - \frac{tan(\varphi_{jb})}{sin(\varphi_{ab})} cos(\varphi_{ab} - \psi)N =$$

$$tan(\varphi_{ab})P_v - \frac{cos(\varphi_{ab} - \psi)}{sin(\varphi_{ab})}P_v - \frac{sin(\varphi_{ab} - \psi)}{cos(\varphi_{ab})}P_v$$

$$\Leftrightarrow \quad tan(\varphi_{jb})\left[tan(\varphi_{ab}) - \frac{sin(\varphi_{ab} - \psi)}{cos(\varphi_{ab})} - \frac{1}{tan(\varphi_{jb})} - \frac{cos(\varphi_{ab} - \psi)}{sin(\varphi_{ab})}\right] N = \left[tan(\varphi_{ab}) - \frac{cos(\varphi_{ab} - \psi)}{sin(\varphi_{ab})} - \frac{sin(\varphi_{ab} - \psi)}{cos(\varphi_{ab})}\right] P_v$$

Or $\dfrac{cos(\varphi_{ab} - \psi)}{sin(\varphi_{ab})} + \dfrac{sin(\varphi_{ab} - \psi)}{cos(\varphi_{ab})} = \dfrac{cos(\varphi_{ab})cos(\varphi_{ab} - \psi) + sin(\varphi_{ab})sin(\varphi_{ab} - \psi)}{cos(\varphi_{ab})sin(\varphi_{ab})} = \dfrac{2cos(\psi)}{sin(2\varphi_{ab})}$

D'où $tan(\varphi_{jb})\left[tan(\varphi_{ab}) - \dfrac{1}{tan(\varphi_{jb})} - \dfrac{2cos(\psi)}{sin(2\varphi_{ab})}\right] N = \left[tan(\varphi_{ab}) - \dfrac{2cos(\psi)}{sin(2\varphi_{ab})}\right] P_v$

$$N = \frac{P_v\left[tan(\varphi_{ab}) - \dfrac{2cos(\psi)}{sin(2\varphi_{ab})}\right]}{tan(\varphi_{jb})\left[tan(\varphi_{ab}) - \dfrac{2cos(\psi)}{sin(2\varphi_{ab})} - \dfrac{1}{tan(\varphi_{jb})}\right]} \quad \text{et} \quad \Delta p_{mini} = \frac{P_v\left[tan(\varphi_{ab}) - \dfrac{2cos(\psi)}{sin(2\varphi_{ab})}\right]}{2R_{int}Lsin\left(\dfrac{\delta}{2}\right)tan(\varphi_{jb})\left[tan(\varphi_{ab}) - \dfrac{2cos(\psi)}{sin(2\varphi_{ab})} - \dfrac{1}{tan(\varphi_{jb})}\right]}.$$

A.N. $\Delta p_{mini} = \dfrac{80000\left[tan(15) - \dfrac{2cos(10)}{sin(2\times 15)}\right]}{2\times 5,45\times 1,85\times sin\left(\dfrac{40}{2}\right)tan(30)\left[tan(15) - \dfrac{2cos(10)}{sin(2\times 15)} - \dfrac{1}{tan(30)}\right]} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\Delta p_{mini} = 0,136.10^5\ Pa}.$

Question 19 La valeur de Δp_{mini} ainsi déterminée est-elle compatible avec la valeur $\Delta p_{mini} = 0,85.10^5\ Pa$ générée par la pompe à vide ? Justifier votre réponse.

D'après la question Q18, on a $\Delta p_{mini} = 0,136.10^5\ Pa$ ce qui est bien inférieur à la dépression générée par la pompe à vide. La pompe à vide permettra donc bien d'éviter le glissement au contact table d'aspiration / voussoir.

Question 20 A partir de la géométrie du voussoir (figure 20a), justifier la forme de sa matrice d'inertie (le calcul des expressions de chaque terme de la matrice n'est pas demandé).

Le voussoir admet deux plans de symétrie comprenant le point G : le plan $\left(G, \overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}\right)$ et le plan $\left(G, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3}\right)$. La matrice d'inertie au point G du voussoir dans la base 3 est donc bien symétrique.

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Question 21 Etablir au point B les expressions des torseurs des actions $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$ et $\overrightarrow{P_v}$ dans la base $B_0\left(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0}\right)$.

On utilise la formule de Varignon pour déplacer les différents moments :

$$\overrightarrow{M_B(\overrightarrow{P_v})}=\overrightarrow{M_G(\overrightarrow{P_v})}+\overrightarrow{BG}\wedge\overrightarrow{P_v}=\left(\overrightarrow{BP_2}+\overrightarrow{P_2G}\right)\wedge\left(-P_v\overrightarrow{z_0}\right) \text{ soit } \overrightarrow{M_B(\overrightarrow{P_v})}=\begin{pmatrix}0\\-y_B\\-z_B\end{pmatrix}_{B_0}\wedge\begin{pmatrix}0\\0\\-P_v\end{pmatrix}_{B_0} \Leftrightarrow \overrightarrow{M_B(\overrightarrow{P_v})}=y_BP_v\overrightarrow{x_0}\ .$$

($y_B<0$ donc le signe du moment obtenu est bien cohérent).

$$\left\{\mathcal{T}_{pesanteur\to voussoir}\right\}=\begin{Bmatrix}0 & y_BP_v\\0 & 0\\-P_v & 0\end{Bmatrix}_{B,R_0}.$$

$$\overrightarrow{M_B(\overrightarrow{F_2})}=\overrightarrow{BP_2}\wedge\overrightarrow{F_2}=\begin{pmatrix}0\\-y_B\\-z_B\end{pmatrix}_{B_0}\wedge\begin{pmatrix}0\\T_2\\N_2\end{pmatrix}_{B_0}=\left(-y_BN_2+z_BT_2\right)\overrightarrow{x_0} \Leftrightarrow \overrightarrow{M_B(\overrightarrow{F_2})}=\Delta p.S_2\left(-y_B+z_Btan\varphi_{jb}\right)\overrightarrow{x_0}\ .$$

$$\left\{\mathcal{T}_{V2\to voussoir}\right\}=\begin{Bmatrix}0 & \Delta p.S_2\left(-y_B+z_Btan\varphi_{jb}\right)\\T_2 & 0\\N_2 & 0\end{Bmatrix}_{B,R_0}.$$

$$\overrightarrow{M_B(\overrightarrow{F_1})}=\overrightarrow{BP_1}\wedge\overrightarrow{F_1}=\begin{pmatrix}0\\y_1-y_B\\z_1-z_B\end{pmatrix}_{B_0}\wedge\begin{pmatrix}0\\T_1cos\frac{\beta}{2}+N_1sin\frac{\beta}{2}\\N_1cos\frac{\beta}{2}-T_1sin\frac{\beta}{2}\end{pmatrix}_{B_0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{M_B(\overrightarrow{F_1})}=\left[\left(y_1-y_B\right)\left(N_1cos\frac{\beta}{2}-T_1sin\frac{\beta}{2}\right)+\left(z_B-z_1\right)\left(T_1cos\frac{\beta}{2}+N_1sin\frac{\beta}{2}\right)\right]\overrightarrow{x_0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{M_B(\overrightarrow{F_1})}=\Delta pS_1\left[\left(y_1-y_B\right)\left(cos\frac{\beta}{2}-tan\varphi_{jb}sin\frac{\beta}{2}\right)+\left(z_B-z_1\right)\left(tan\varphi_{jb}cos\frac{\beta}{2}+sin\frac{\beta}{2}\right)\right]\overrightarrow{x_0}\ .$$

$$\left\{\mathcal{T}_{V1\to voussoir}\right\}=\begin{Bmatrix}0 & \Delta p.S_1\left[\left(y_1-y_B\right)\left(cos\frac{\beta}{2}-tan\varphi_{jb}sin\frac{\beta}{2}\right)+\left(z_B-z_1\right)\left(tan\varphi_{jb}cos\frac{\beta}{2}+sin\frac{\beta}{2}\right)\right]\\T_1cos\left(\frac{\beta}{2}\right)+N_1sin\left(\frac{\beta}{2}\right) & 0\\N_1cos\left(\frac{\beta}{2}\right)-T_1sin\left(\frac{\beta}{2}\right) & 0\end{Bmatrix}_{B,R_0}$$

$$\overrightarrow{M_B(\overrightarrow{F_3})}=\overrightarrow{BP_3}\wedge\overrightarrow{F_3}=\begin{pmatrix}0\\y_3-y_B\\z_3-z_B\end{pmatrix}_{B_0}\wedge\begin{pmatrix}0\\T_3cos\frac{\beta}{2}-N_3sin\frac{\beta}{2}\\N_3cos\frac{\beta}{2}+T_3sin\frac{\beta}{2}\end{pmatrix}_{B_0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{M_B(\overrightarrow{F_3})}=\left[\left(y_3-y_B\right)\left(N_3cos\frac{\beta}{2}+T_3sin\frac{\beta}{2}\right)+\left(z_B-z_3\right)\left(T_3cos\frac{\beta}{2}-N_3sin\frac{\beta}{2}\right)\right]\overrightarrow{x_0}$$

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

$$\Leftrightarrow \quad \overrightarrow{M_B(\overline{F_3})} = \Delta p S_3 \left[(y_3 - y_B)\left(\cos\frac{\beta}{2} + \tan\varphi_{jb} \sin\frac{\beta}{2} \right) + (z_B - z_3)\left(\tan\varphi_{jb} \cos\frac{\beta}{2} - \sin\frac{\beta}{2} \right) \right] \overrightarrow{x_0} .$$

$$\left\{ \mathcal{T}_{V3 \to voussoir} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ T_3 \cos\frac{\beta}{2} - N_3 \sin\frac{\beta}{2} \\ N_3 \cos\frac{\beta}{2} + T_3 \sin\frac{\beta}{2} \end{array} \middle| \begin{array}{c} \Delta p S_3 \left[(y_3 - y_B)\left(\cos\frac{\beta}{2} + \tan\varphi_{jb} \sin\frac{\beta}{2} \right) + (z_B - z_3)\left(\tan\varphi_{jb} \cos\frac{\beta}{2} - \sin\frac{\beta}{2} \right) \right] \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}_B \quad \cos\frac{\beta}{2} \; 0 \; \cos\frac{\beta}{2}$$

Question 22 Déterminer successivement le moment cinétique $\overrightarrow{\sigma_{G,v/0}}$ puis le moment dynamique en G, $\overrightarrow{\delta_{G,v/0}}$, du voussoir v solidaire de l'anneau rotatif dans son mouvement par rapport au châssis $\underline{0}$.

Comme G est le centre de gravité, on a directement :

$$\overrightarrow{\sigma_{G,v/0}} = \overline{\overline{I_G(v)}}.\overrightarrow{\Omega_{v/0}} = \begin{bmatrix} I_{G,x} & 0 & 0 \\ 0 & I_{G,y} & 0 \\ 0 & 0 & I_{G,z} \end{bmatrix}_{B_3} \begin{pmatrix} \dot\theta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{B_3} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\overrightarrow{\sigma_{G,v/0}} = I_{G,x}\dot\theta \overrightarrow{x_0}} .$$

$$\overrightarrow{\delta_{G,v/0}} = \left. \frac{d\overrightarrow{\sigma_{G,v/0}}}{dt} \right|_{B_0} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\overrightarrow{\delta_{G,v/0}} = I_{G,x}\ddot\theta \overrightarrow{x_0}} .$$

Question 23 Déterminer le moment dynamique en B, $\overrightarrow{\delta_{G,v/0}}$, du voussoir v solidaire de l'anneau rotatif dans son mouvement par rapport au châssis $\underline{0}$.

On utilise la formule de Varignon, $\overrightarrow{\delta_{B,v/0}} = \overrightarrow{\delta_{G,v/0}} + \overrightarrow{BG} \wedge M_v \overrightarrow{a_{G,3/0}} = I_{G,x}\ddot\theta \overrightarrow{x_0} + M_v \begin{pmatrix} 0 \\ -y_B \\ -z_B \end{pmatrix}_{B_0} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -a_t \sin\theta \\ a_t \cos\theta \end{pmatrix}_{B_0}$.

On a donc $\boxed{\overrightarrow{\delta_{B,v/0}} = I_{G,x}\ddot\theta \overrightarrow{x_0} - M_v a_t \left(y_B \cos\theta + z_B \sin\theta \right) \overrightarrow{x_0}}$ où M_v est la masse du voussoir.

Question 24 Déterminer l'expression de la projection autour de $\left(B, \overrightarrow{x_0}\right)$ de l'équation du moment dynamique appliquée au voussoir dans son mouvement par rapport au châssis $\underline{0}$.

L'équation du moment dynamique demandée est alors, en projection sur $\overrightarrow{x_0}$:

$$I_{G,x}\ddot\theta - M_v a_t \left(y_B \cos\theta + z_B \sin\theta \right) = y_B P_v + \Delta p . S_2 \left(-y_B + z_B \tan\varphi_{jb} \right)$$
$$+ \Delta p . S_1 \left[(y_1 - y_B)\left(\cos\left(\frac{\beta}{2}\right) - \tan\varphi_{jb} \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \right) + (z_B - z_1)\left(\tan\varphi_{jb} \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) + \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \right) \right]$$
$$+ \Delta p . S_3 \left[(y_3 - y_B)\left(\cos\left(\frac{\beta}{2}\right) + \tan\varphi_{jb} \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \right) + (z_B - z_3)\left(\tan\varphi_{jb} \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) - \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \right) \right]$$

En utilisant le fait que $S_1 = S_3$, $y_3 = -y_1$, $M_v = \frac{P_v}{g}$ et $z_3 = z_1$, on obtient :

$$I_{G,x}\ddot\theta - \frac{P_v}{g} a_t \left(y_B \cos\theta + z_B \sin\theta \right) - y_B P_v =$$
$$\Delta p \left[S_2 \left(-y_B + z_B \tan\varphi_{jb} \right) + S_1 \left(-2 y_B \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) - 2 y_1 \tan\varphi_{jb} \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) + 2 (z_B - z_1) \tan\varphi_{jb} \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) \right) \right]$$

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Question 25 Déterminer l'expression de la dépression minimale Δp_{mini} permettant d'éviter le basculement au contact table d'aspiration / voussoir, en fonction de P_v, et de l'angle φ_{jb} et des grandeurs liées aux position des points.

On isole Δp dans l'équation précédente :

$$\Delta p_{mini} = \frac{I_{G,x}\ddot{\theta} - P_v\left[\frac{a_t}{g}\left(y_B cos\theta + z_B sin\theta\right) - y_B\right]_v}{\left[S_2\left(-y_B + z_B tan\varphi_{jb}\right) + S_1\left(-2y_B cos\left(\frac{\beta}{2}\right) - 2y_1 tan\varphi_{jb} sin\left(\frac{\beta}{2}\right) + 2\left(z_B - z_1\right)tan\varphi_{jb} cos\left(\frac{\beta}{2}\right)\right)\right]}.$$

Question 26 La valeur de Δp_{mini} ainsi déterminée est-elle compatible avec la valeur $\Delta p = 0{,}85.10^5\ Pa$ générée par la pompe à vide ? Justifier votre réponse.

Le sujet propose une valeur pour le moment d'inertie autour de l'axe $\left(G,\overrightarrow{x_0}\right)$ de $1700.10^6\ kg.m^3$. Outre le problème d'unité, il y semble qu'il y ait également une erreur sur l'ordre de grandeur de cette valeur. On prend pour la suite $I_{G,x} = 1700.10^1\ kg.m^2$.

$$\Delta p_{mini} = \frac{1700.10^1 \times 16 \times \pi / 180 + 80.10^3\left(\frac{\pi}{9{,}81} \times 0.325 + 1.9\right)}{2 \times \left(1{,}9 + 0{,}325 \times tan(30°)\right) + 0{,}8 \times \left(2 \times 1{,}9 \times cos(15°) - 2 \times 1{,}48 \times tan(30°) sin(15°) + 2 \times (0{,}325 - 0{,}194) tan(30°) cos(15°)\right)}$$

$\Delta p_{mini} = 0{,}24.10^5\ Pa$ $0{,}24.10^5\ Pa < 0{,}85.10^5\ Pa$ donc la pompe à vide permet bien de créer la dépression nécessaire pour assurer le non basculement pour le mouvement demandé.

II.4 - Dimensionnement de l'actionneur de pompe à vide

Objectif : Identifier les paramètres principaux de la machine asynchrone pour choisir une stratégie de commande au démarrage (démarrage direct, utilisation d'un démarreur électronique ou utilisation d'un variateur de vitesse) et une stratégie de pilotage (fonctionnement intermittent à vitesse constante ou pilotage à vitesse variable).

Il y a un problème de notation dans le sujet, ω_s désigne la vitesse de rotation du champ au stator et ω désigne la vitesse de rotation du rotor. Or l'énoncé définit les réactances en utilisant ω qui n'est pas la pulsation des grandeurs statoriques.
Par la suite on note ω_f la pulsation des grandeurs statoriques.

Question 27 Déterminer le nombre de paires de pôles p de cette machine et donner l'expression du glissement g en fonction ω_s et de ω, en déduire la valeur g_n du glissement au point de fonctionnement nominal de la machine.

La fréquence de l'alimentation étant de $f = 50\,Hz$ et la vitesse nominale étant de $N_n = 1437\,tr/min$, on en déduit une vitesse de synchronisme de $N_s = 1500\,tr/min$ et donc $p = 2$ paires de pôles $\left[N_s(tr/min) = \frac{60f}{p}\right]$.

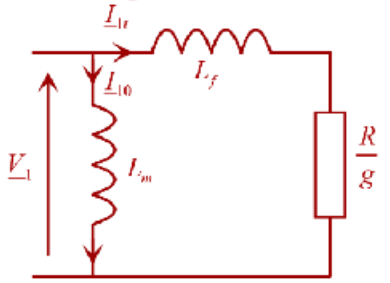
©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Par définition $g=\frac{\omega_s-\omega}{\omega_s}=\frac{N_s-N}{N_s}$, d'où $\boxed{g_n=\frac{N_s-N_n}{N_s}}$.

A.N. $g_n=\frac{1500-1437}{1500}$ $\Leftrightarrow$ $\boxed{g_n=4{,}5\,\%}$.

Question 28 Reproduire le schéma de la figure 27 en tenant compte de cette simplification et donner l'expression de l'intensité efficace I_{1t} en fonction de V_1, $\frac{R_2}{g}$ et X_f.

En négligeant la chute de tension aux bornes de la résistance R_1, le schéma devient :



La loi des mailles permet d'écrire $\underline{V}_1=\frac{R_2}{g}\underline{I}_{1t}+jX_f\underline{I}_{1t}$

D'où $\underline{I}_{1t}=\frac{\underline{V}_1}{\frac{R_2}{g}+jX_f}$, soit en module :

$$I_{1t}=\left|\underline{I}_{1t}\right|=\left|\frac{\underline{V}_1}{\frac{R_2}{g}+jX_f}\right|=\frac{\left|\underline{V}_1\right|}{\left|\frac{R_2}{g}+jX_f\right|}\Leftrightarrow\boxed{I_{1t}=\frac{V_1}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2+X_f^2}}}$$

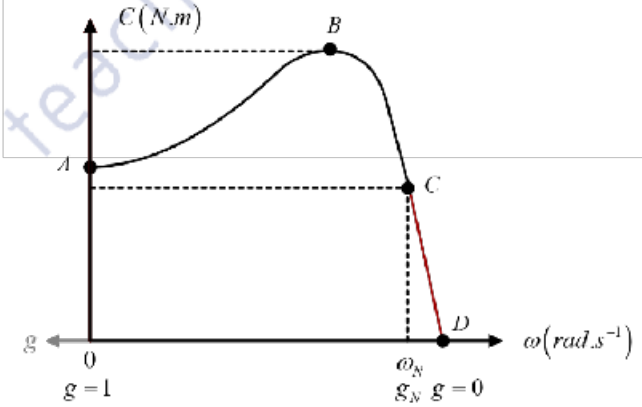
Question 29 Donner l'expression de C_{em} en fonction de p, ω, V_1, R_2, g et X_f en plaçant le résultat sous la forme $C_{em}=H.\frac{X_R^2}{X_R^2+X_f^2}$ et en précisant les expressions de X_R et H.

On suppose pour la suite que l'on doit exprimer C_{em} en fonction de ω_s et non de ω.

$$\text{On a } C_{em}=\frac{P_{TR}}{\omega_s}=3\frac{R_2}{g\omega_s}I_{1t}^2=3\frac{R_2}{g\omega_s}\left[\frac{V_1^2}{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2+X_f^2}\right]=3\frac{pR_2}{g\omega_f}\left[\frac{V_1^2}{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2+X_f^2}\right]=3\frac{pV_1^2}{\omega_f}\left[\frac{\frac{R_2}{g}}{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2+X_f^2}\right]=H\left(\frac{X_R}{X_R^2+X_f^2}\right).$$

Par identification on trouve $\boxed{H=3\frac{pV_1^2}{\omega_f}}$ et $\boxed{X_R=\frac{R_2}{g}}$.

Question 30 Indiquer à quoi correspondent les points A, B, C et D qui figurent sur la caractéristique mécanique de la figure 28. Préciser la partie utile de cette caractéristique si l'on souhaite commander la machine à vitesse variable.



Le point A correspond au démarrage.

Le point B correspond au couple maximum.

Le point C correspond au fonctionnement nominal

Le point D correspond à la vitesse de synchronisme.

La partie utile de la caractéristique si l'on souhaite commander la machine à vitesse variable est le segment de droite $[CD]$.

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Question 31 Indiquer en justifiant votre réponse si un démarrage en charge du moteur est possible.

Le couple de démarrage étant supérieur au couple résistant imposé par le compresseur de la pompe à vide, le démarrage est possible.

Question 32 Indiquer la valeur de g au démarrage et en déduire l'expression du pic d'intensité I_{1pic} au démarrage.

Au démarrage la vitesse est nulle, on a donc $g=1 \Rightarrow I_{1pic}=\dfrac{V_1}{\sqrt{R_2^2+X_f^2}}$.

Question 33 Déterminer la valeur du rapport $\dfrac{I_{1pic}}{I_n}$ et conclure sur le respect de l'exigence Id= "1.4.2 " concernant la limitation du pic d'intensité au démarrage.

En utilisant l'expression obtenue à la question Q29, on a $C_d=3\dfrac{pV_1^2}{\omega_f}\left(\dfrac{R_2}{R_2^2+X_f^2}\right)=3\dfrac{pR_2}{\omega_f}\left(\dfrac{V_1^2}{R_2^2+X_f^2}\right)=3\dfrac{pR_2}{\omega_f}I_{1pic}^2$.

Soit $C_d=3\dfrac{R_2}{\omega_f}\left(\dfrac{V_1^2}{R_2^2+X_f^2}\right)$, le couple de démarrage et le courant de démarrage dépendent de la valeur efficace de la tension et des paramètres de la machine asynchrone. Pour une tension $V_1=230V$, on aura toujours $I_{1pic}=39\,A$.

On a donc $\dfrac{I_{1pic}}{I_n}=\dfrac{39}{6{,}5} \Leftrightarrow \boxed{\dfrac{I_{1pic}}{I_n}=6}$.

L'exigence id="1.4.2" n'est pas respectée car $\dfrac{I_{1pic}}{I_n}>3$.

Question 34 Proposer une solution technologique permettant de respecter l'exigence Id= "1.4.2 ."

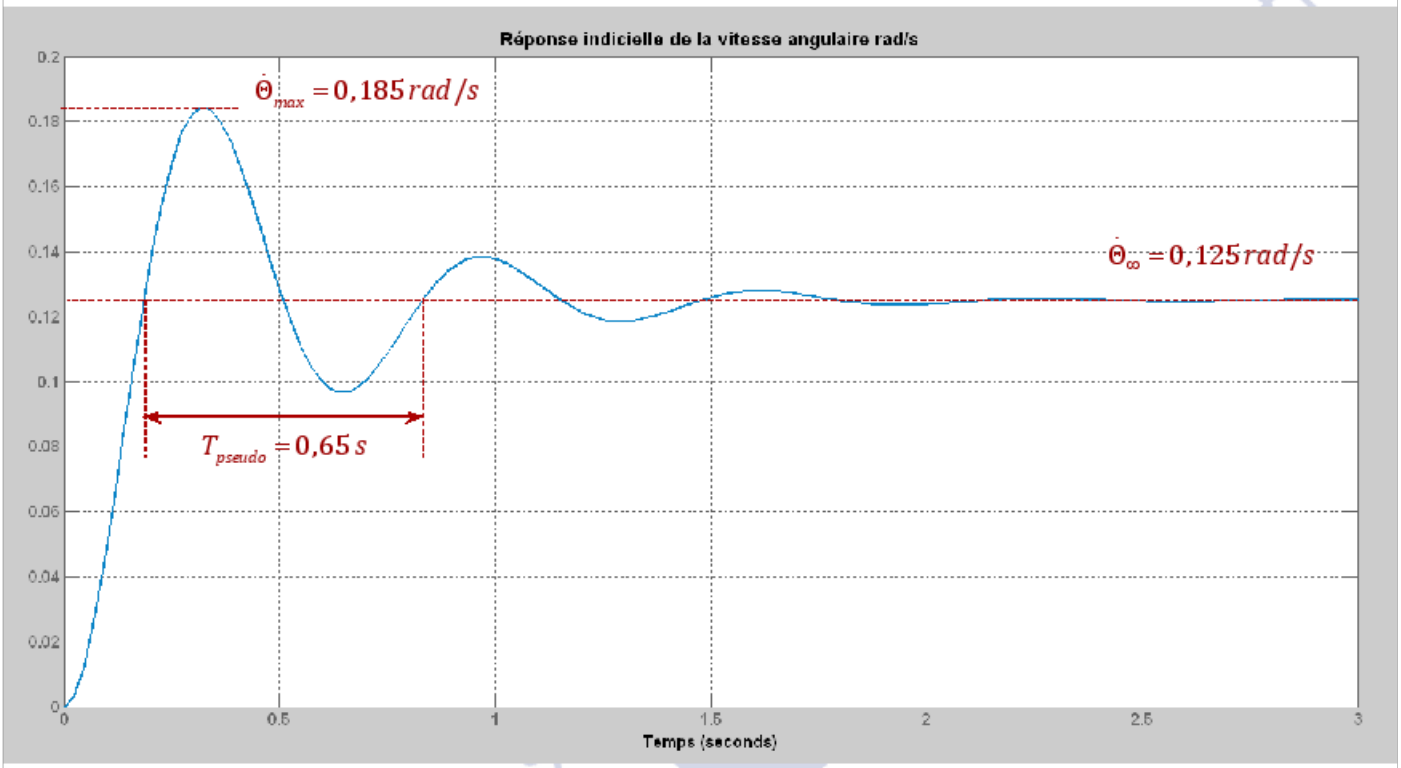
Pour respecter l'exigence id="1.4.2", on peut utiliser un variateur de vitesse ou un démarreur progressif qui vont limiter le courant de démarrage.

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

III - Asservissement de la position angulaire de l'anneau rotatif°2

Objectif : Vérifier que les exigences de stabilité, précision et rapidité de l'asservissement de l'assiette de la tête de l'érecteur à voussoir sont satisfaisantes.

Question 35 Relever sur la figure 31 la valeur de $\dot{\Theta}_{max}$, $\dot{\Theta}_{\infty}$ et T_{pseudo}.



Question 36 En déduire les valeurs de K_{act}, m puis ω_0.

Le gain statique, en se plaçant en régime permanent, se détermine par $K_{act} = \dfrac{\Delta\dot{\theta}}{\Delta u}$ avec $\Delta\dot{\theta} = \dot{\theta}_{\infty} - 0$ et $\Delta u = 1\,V$.

A.N. $K_{act} = \dfrac{0,125}{1} \Leftrightarrow \boxed{K_{act} = 0,125\,rad.s^{-1}.V^{-1}}$.

Le premier dépassement D_1 vaut $D_1 = \dfrac{\dot{\theta}_{max} - \dot{\theta}_{\infty}}{\dot{\theta}_{\infty}} = \dfrac{0,185 - 0,125}{0,125} = 0,48$.

On sait que $D_1 = e^{-\frac{\pi m}{\sqrt{1-m^2}}} \Leftrightarrow ln(D_1) = -\dfrac{\pi m}{\sqrt{1-m^2}} \Leftrightarrow ln^2(D_1) = \dfrac{\pi^2 m^2}{1-m^2} \Leftrightarrow \pi^2 m^2 = ln^2(D_1)(1-m^2)$

$\Leftrightarrow \pi^2 m^2 = ln^2(D_1)(1-m^2) \Leftrightarrow \left[\pi^2 + ln^2(D_1)\right] m^2 = ln^2(D_1) \Leftrightarrow \boxed{m = \sqrt{\dfrac{ln^2(D_1)}{\pi^2 + ln^2(D_1)}}}$.

A.N. $m = \sqrt{\dfrac{ln^2(0,48)}{\pi^2 + ln^2(0,48)}} \Leftrightarrow \boxed{m = 0,23}$.

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Enfin $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T_{pseudo}\sqrt{1-m^2}}$.

A.N. $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{0{,}65\sqrt{1-0{,}23^2}} \Leftrightarrow \boxed{\omega_0 = 9{,}93\,rad/s}$.

Question 37 Exprimer la grandeur $\dot{\Theta}(p)$ en fonction de $\Theta(p)$ sachant que ces deux grandeurs représentent respectivement les expressions de $\dot{\theta}(t) = \dfrac{d\theta(t)}{dt}$ et $\theta(t)$ dans le formalisme de Laplace.

Dériver dans le domaine de Laplace revient à multiplier par p en supposant les conditions initiales nulles.

$\boxed{\dot{\Theta}(p) = p\Theta(p)}$.

Question 38 T En déduire la fonction de transfert $T_i(p) = \dfrac{\Theta(p)}{\dot{\Theta}(p)}$.

On a $T_i(p) = \dfrac{\Theta(p)}{\dot{\Theta}(p)} \Leftrightarrow \boxed{T_i(p) = \dfrac{1}{p}}$.

Question 39 La fonction de transfert $T_{capt}(p) = \dfrac{U_{angle}(p)}{\Theta(p)}$ peut être assimilée à un coefficient K_{capt} tel que : $u_{angle} = 5V$ pour $\theta = 2\pi\,rad$ et $u_{angle} = 0\,V$ pour $\theta = 0\,rad$.

Déterminer la valeur numérique de K_{capt}.

La caractéristique d'entrée-sortie du capteur est un segment de droite passant par l'origine. Le gain du capteur est la pente de ce segment de droite. $\boxed{K_{capt} = \dfrac{\Delta u_{angle}}{\Delta\theta}}$.

A.N. $K_{capt} = \dfrac{5-0}{2\pi - 0} \Leftrightarrow \boxed{K_{capt} = 0{,}796\,V.s/rad}$.

Question 40 Donner l'expression littérale de la fonction de transfert en boucle ouverte et l'exprimer sous forme canonique : $FTBO(p) = \dfrac{U_{angle}(p)}{U_e(p)} = \left(\dfrac{1}{p}\right)^{\alpha} . K_{BO} . \dfrac{1}{1 + \dfrac{2m}{\omega_0}p + \left(\dfrac{p}{\omega_0}\right)^2}$

Dans cette expression α représente la classe du système et K_{BO} représente l'amplification en boucle ouverte.

La fonction de transfert en boucle ouverte est donnée par

$FTBO(p) = C(p)T_{actionneur}(p)T_i(p)T_{capt}(p) \Leftrightarrow \boxed{FTBO(p) = \dfrac{kK_{act}K_{capt}}{p\left(1 + 2m\dfrac{p}{\omega_0} + \dfrac{p^2}{\omega_0^2}\right)}} \Leftrightarrow FTBO(p) = \left(\dfrac{1}{p}\right)^{\alpha} \dfrac{K_{BO}}{\left(1 + 2m\dfrac{p}{\omega_0} + \dfrac{p^2}{\omega_0^2}\right)}$.

Par identification $\boxed{K_{BO} = kK_{act}K_{capt}}$ et $\boxed{\alpha = 1}$.

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

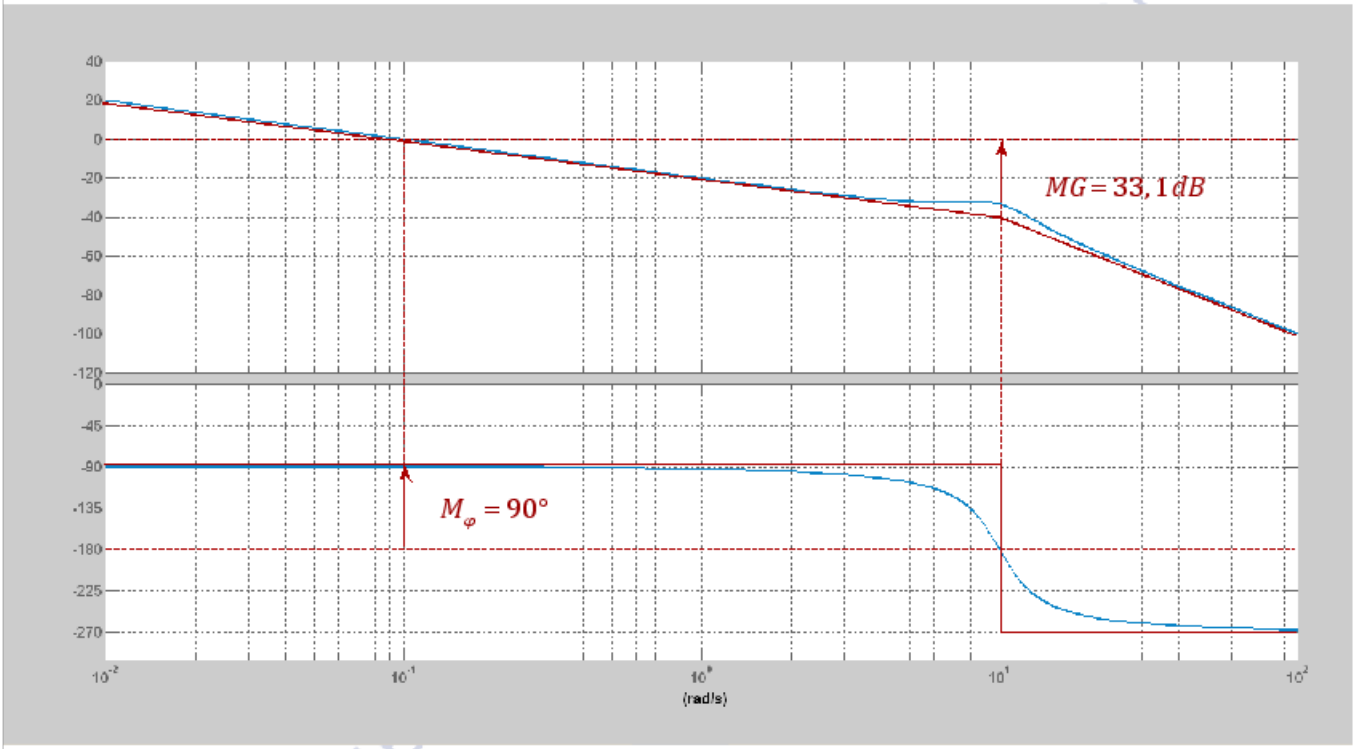
Question 41 Indiquer la classe du système et en déduire l'erreur $\varepsilon_{rr-pos}=0$ de position angulaire faite par le dispositif à la suite d'un échelon de la consigne.

La classe de la $FTBO$ est 1, ce qui implique que l'erreur de position ε_{rr-pos} est nulle (présence d'un intégrateur dans la chaîne directe).

Question 42 Conclure sur le respect de l'exigence Id= "1.3.4 " concernant la précision de l'asservissement de l'assiette.

L'exigence id="1.3.4" est bien respectée car $\varepsilon_{rr-pos}=0$.

Question 43 Indiquer si le système est stable en justifiant la réponse et en précisant éventuellement les valeurs respectives de la marge de phase M_φ et de la marge de gain M_G qui correspondent à ce réglage.



Pour la détermination des marges de phase et de gain, on a utilisé le tableau de valeurs de la $FTBO$.

Les marges de phase et de gain sont positives, le système sera stable en boucle fermée.

Question 44 Déterminer la valeur de k, appelée $k_{réglée}$ permettant de satisfaire ces conditions.

La modification de la valeur de k influe juste sur le diagramme du gain qui se translate de $20log(k)$, le diagramme de phase lui n'est pas modifié.

Pour avoir une marge de phase minimale de $45°$, il faut que l'argument de la fonction de transfert en $FTBO$ soit de $-135°$, ce qui correspond à un gain sans correction de $-32,2\,dB$ à la pulsation $\omega_1 = 8\,rad/s$.

Pour que la marge de phase soit définie à la pulsation ω_1, il faut que le gain total de la $FTBO$ soit égal à $0\,dB$.

D'où $20log(k)-32,2=0 \iff k=10^{\frac{32,2}{20}} \iff k=40,7$.

Pour respecter le critère $M\varphi \geq 45°$, il faut que $k \leq 40,7$.

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

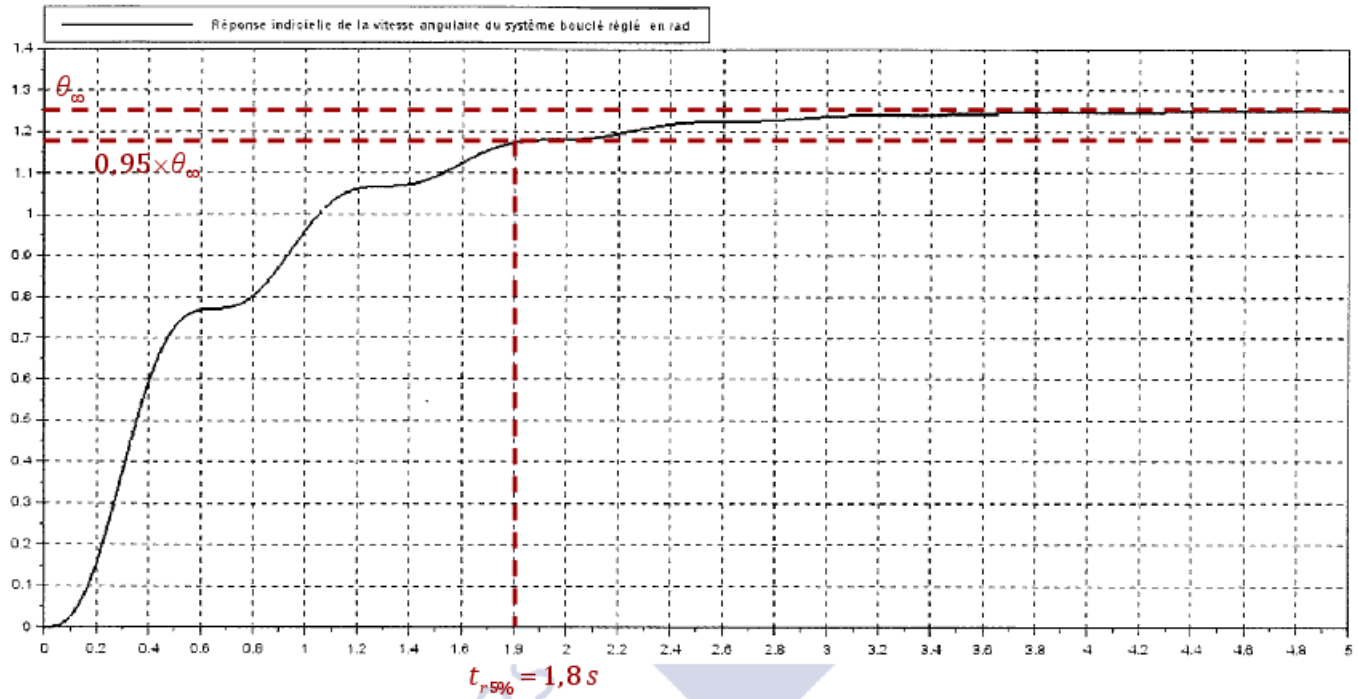
Pour avoir une marge de gain de $10\,dB$, il faut que le gain total de la $FTBO$ soit de $-10\,dB$ lorsque la phase de la $FTBO$ est égale à $-180°$ ce qui correspond à la pulsation $\omega_2 = 10\,rad/s$.

$-33,1+20log(k)=-10 \Leftrightarrow k=10^{\frac{23,1}{20}} \Leftrightarrow k=14,3$.

Pour respecter le critère $MG \geq 10\,dB$, il faut que $k \leq 14,3$.

Pour respecter les deux critères trouvés, il faut que $\boxed{k \leq k_{réglée}=14,3}$.

Question 45 Indiquer la valeur du temps de réponse à 5% notée $t_{r5\%}$ et conclure sur le respect de l'exigence Id= " 1.3.3 " relative à la rapidité du système.



L'exigence id="1.3.3" est bien respectée car $t_{r5\%} \leq 3\,s$.

Question 46 Déterminer en fonction de t_{conv}, la valeur $f_{e\,max\,i}$ correspondant à la fréquence d'échantillonnage qu'il ne faut pas dépasser pour commander l'échantillonneur bloqueur.

Faire l'application numérique.

Il faut laisser au moins t_{conv} entre deux instants d'échantillonnage, on doit donc avoir $\boxed{f_{e\,max\,i} \leq \frac{1}{t_{conv}}}$.

A.N. $f_{e\,max\,i} \leq \frac{1}{10.10^{-3}} \Leftrightarrow \boxed{f_{e\,max\,i} \leq 100\,Hz}$.

Question 47 Déterminer le quantum q du CAN.

Par définition le quantum vaut $q=\frac{P_e}{2^n}$ où n est le nombre de bits du CAN.

A.N. $q=\frac{5}{2^{10}}=\frac{5}{1024} \Leftrightarrow \boxed{q=4,88\,mV}$.

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Question 48 Déduire des valeurs précédentes, la valeur en degrés du plus petit angle θ discernable en sortie du CAN.

La pleine échelle en degrés est $360°$ et le quantum exprimé en degrés vaut $\frac{360}{2^{10}}=\frac{360}{1024} \Leftrightarrow \boxed{q_\theta = 0{,}35°}$

Question 49 Donner le code binaire en sortie du CAN pour un angle $\theta = 48$.

Le capteur a une caractéristique linéaire qui passe par l'origine et telle que pour $\theta = 2\pi$ on a $u_{angle} = 5\,V$.
La caractéristique du CAN est constituée, au milieu, de paliers de longueur q dont la caractéristique idéale passe par le milieu de tous les paliers.
Pour $\theta = 48°$, on a $u_{angle} = \frac{5}{360}\times 48 = \frac{240}{360} = \frac{2}{3}V$. Pour savoir sur quel palier de la caractéristique du CAN on se trouve, on calcule $\frac{u_{angle}}{q} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{1024}} = \frac{2048}{15} = 136{,}53$ qui se trouve à plus de 0,5 de 136 $\Rightarrow N = 137$.
Il reste à convertir 137 en binaire.
$137 = 128+8+1 = 2^7+2^3+2^0 = 0b0010001001$.
Le code binaire pour $\theta = 48°$ est $\boxed{0b0010001001}$.

Question 50 Déterminer la valeur de l'erreur de quantification maximale, $\varepsilon_{q\,max}$ commise par ce CAN.

L'erreur de quantification maximale s'obtient lorsque l'on change de palier sur la caractéristique. Elle vaut donc $\boxed{\varepsilon_{q\,max} = \frac{q}{2}}$.

Question 51 Déduire des valeurs précédentes, la valeur en degrés de l'écart ε_{angle}, le plus grand, qu'il est possible d'avoir entre l'angle θ réel et l'angle codé en sortie du CAN.

D'après les questions précédentes, on en déduit que $\varepsilon_{angle} = 0{,}175°$.

Question 52 Conclure sur le respect de l'exigence Id= "1.3.1.1" relative à la valeur détectable de l'angle θ et sur le respect de l'exigence Id= "1.3.1.1" relative à l'écart maximal ε_{angle} entre la valeur mesurée et la valeur réelle de l'angle θ.

L'exigence Id= "1.3.1.1" est bien respectée car l'écart maximal reste inférieur à $0{,}5°$.

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

IV - Contrôle de l'intégrité des trames de communication lors des échanges entre la carte de commande et les dispositifs de l'érecteur

Objectif : Mettre en place un algorithme permettant la vérification d'une trame par un code à redondance cyclique CRC-16.

Question 53 Ecrire le mot binaire correspondant au polynôme générateur du CRC-16. $G(x)=x^{16}+x^{15}+x^2+x^0$.

Le mot binaire correspondant au polynôme générateur $G(x)=x^{16}+x^{15}+x^2+x^0$ est $0b1100000000000101$.

Question 54 Compléter, sur le document réponses, le pseudo code du programme qui affecte à une variable appelée ***trame***, le mot binaire constitué de la concaténation des champs {« Adresse destinataire » + « Code fonction » + « Données » + « CRC »}.

```
#Génération de la trame
mot1 ← Ajouterzero( mot_a_transmettre , 16 )
CRC ← Reste( mot1 , g )
Trame ← Concatener( mot1 , CRC )
```

Question 55 Compléter, sur le document réponses, le pseudo-code du programme qui teste l'intégrité du mot « ***trame*** » et qui affecte à une variable appelée ***trame_correcte***, la valeur True s'il n'y a pas d'erreur et False sinon.

```
#Vérification de l'intégrité de la trame reçue
si Reste(trame,g) EGAL 0 :
    Alors trame_connect ← True
sinon :
    Alors trame_connect ← False
Fin si
```


©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI