

Proposition de corrigé

Concours : Concours Commun INP

Année : 2023

Filière : MP

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](https://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Contrôle d'une machine de forage

Corrigé UPSTI

I - Contrôle de la stabilité de la machine de forage

Objectif : valider l'exigence 1.2 et étudier ce que propose le constructeur pour l'exigence 1.1

I.1 - Condition de basculement statique

Question 1 Expliquer par un raisonnement simple mais détaillé pourquoi mesurer l'effort F_w dans le câble d'avance permet au constructeur, en quasi-statique, de connaître l'effort de forage F_{sol} sans mesurer ce dernier.

En supposant la liaison L2-3 parfaite, glissière de direction $\vec{z}$, la résultante de l'action de liaison vérifie $\vec{R}_{2 \rightarrow 3} \cdot \vec{z} = 0$. *

En isolant S3, le théorème de la résultante statique (applicable en quasi-statique), en projection sur $\vec{z}$, donne alors : $2F_w + F_{sol} - mg = 0$, soit $F_{sol} = mg - 2F_w$.

Sous ces hypothèses, la mesure de F_w permet de déterminer F_s si m est connu.

* en un point P , $\{T_{2 \rightarrow 3}\} = \begin{pmatrix} X_{23} & L_{23} \\ Y_{23} & M_{23} \\ 0 & N_{23} \end{pmatrix}_{P, (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$.

Question 2 En appliquant le principe fondamental de la statique en O à l'isolement de votre choix, donner l'expression de F_g et de F_d en fonction des données connues du système, de θ et de F_{sol} .

Isolons Σ , soumis aux actions mécaniques extérieures

- du sol sur (3),
- du poids sur Σ en G,
- des actions de contact en I et en J.

Le théorème du moment statique en O, en projection sur $\vec{y}$ donne ; $\vec{M}_{O, sol \rightarrow 3} \cdot \vec{y} + \vec{M}_{O, pes \rightarrow \Sigma} \cdot \vec{y} + aF_g - aF_d = 0$

avec $\vec{M}_{O, sol \rightarrow 3} = \vec{0} + (\vec{OF} \wedge F_{sol} \vec{z}) = F_{sol} (R \vec{x}_2) \wedge \vec{z} = -F_{sol} R \vec{y}_2$

soit $\vec{M}_{O, sol \rightarrow 3} \cdot \vec{y} = -F_{sol} R \cos \theta$

et $\vec{M}_{O, pes \rightarrow \Sigma} \cdot \vec{y} = 0 + (\vec{OG} \wedge (-Mg) \vec{z}) \cdot \vec{y} = Mg r \cos \theta$

D'où : $-F_{sol} R \cos \theta + Mg r \cos \theta + aF_g - aF_d = 0$ (i).

Le théorème de la résultante statique en projection sur $\vec{z}$ donne : $F_g + F_d + F_{sol} - Mg = 0$ (ii).

a(ii)+(i) donne $F_{sol}(a - R\cos\theta) - Mg(a - r\cos\theta) + 2aF_g = 0$, soit $F_g = F_{sol} \frac{R\cos\theta - a}{2a} + Mg \frac{a - r\cos\theta}{2a}$

a(ii) - (i) donne aussi : $F_d = -F_{sol} \frac{R\cos\theta + a}{2a} + Mg \frac{a + r\cos\theta}{2a}$.

Question 3 Donner la condition en effort pour laquelle il y a basculement statique à droite. En absence d'effort de forage, en déduire la condition sur la position (r, θ) du centre de gravité G pour laquelle le basculement à droite est alors évité.

Interpréter physiquement ce résultat et montrer que $b_{\%}$ peut être, dans ce cas, approximé par $b_{\%} = 100 \frac{|r\cos(\theta)|}{a}$.

Par hypothèse, F_{sol} est nul et $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$.

Le basculement induit une perte de contact en I (chenille gauche). Il y a basculement si : $F_g \leq 0$.

La condition de non basculement s'écrit alors : $F_g > 0$, soit $Mg \frac{a - r\cos\theta}{2a} > 0$, soit : $r\cos\theta < a$.

La projection sur le sol de G , centre de gravité de l'ensemble porté par le châssis, doit être situé entre les 2 chenilles.

$b_{\%}$ est la distance de G au plan médian $(O, \vec{y}, \vec{z})$, $|r\cos\theta|$, en proportion de la distance au plan médian de la chenille, a . D'où le résultat $b_{\%} = \frac{|r\cos\theta|}{a}$.

Question 4 Exprimer la coordonnée sur $\vec{x}$, notée r , du centre de gravité G total de la machine en fonction des paramètres connus et de n_{cp} . En déduire le nombre n_{cp} minimum de contrepoids pour respecter l'exigence 1.2.

L'exigence 1.2 impose $b_{\%} < 0,5$, outil levé ($F_{sol} = 0$) et dans le cas le plus défavorable, soit pour $\theta = 0$ ou π .

On obtient : $r < 0,5a$.

G est le barycentre du système $\{(G_t, m_t), (G_e, m_e), (G_c, m_c)\}$ et vérifie $(m_t + m_e + m_c)OG = m_t OG_t + m_e OG_e + m_c OG_c$.

En projection sur $\vec{x}$: $(m_c + m_e + m_t)r = 4,4m_e - 4,3m_c$

soit $r = \frac{4,4m_e - 4,3m_c}{m_c + m_e + m_t}$

En en déduit : $m_c = \frac{4,4m_e - (m_e + m_t)r}{r + 4,3}$, avec $m_c = n_{cp} \times m_1$ et n_{cp} valeur entière et $r < 0,5a$.

D'où la condition : $n_{cp} \geq \left\lceil \frac{4,4m_e - (m_e + m_t)0,5a}{(0,5a + 4,3)m_1} \right\rceil$.

Application numérique : $n_{cp} \geq [2,7]$, soit $n_{cp} = 3$.

I.2 - Contrôle de la pression du sol

I.2.a - Modélisation des actions mécaniques

Question 5 Déterminer les expressions de F_{eq} et de e en fonction de M, m, F_w, R, r et de g .

Par définition, F_{eq} vérifie : $F_{eq} \vec{z} = F_{sol} \vec{z} - Mg \vec{z}$, d'où $F_{eq} = F_{sol} - Mg$ avec $F_{sol} = mg - 2F_w$.

On obtient : $F_{eq} = -(M - m)g - 2F_w$.

La position de E vérifie : $\vec{M}_{E,eq \rightarrow f}(E) = \vec{M}_{E,sol \rightarrow 3}(E) + \vec{M}_{E,pes \rightarrow \Sigma}(E) = \vec{0}$.

avec : $\vec{M}_{E,sol \rightarrow 3}(E) = (R - e)F_{sol} \vec{y}_2$ et $\vec{M}_{E,pes \rightarrow \Sigma}(E) = (e - r)Mg \vec{y}_2$.

En projection sur $\vec{y}_2$, on obtient : $e = \frac{RF_{sol} - rMg}{F_{sol} - Mg}$, soit

$$e = \frac{R(mg - 2F_w) - rMg}{-(M - m)g - 2F_w}$$

Question 6 En déduire l'expression de la force élémentaire $dF_{0 \rightarrow cg}(P)$ et du moment élémentaire $dM_{0 \rightarrow cg}(P)$ au point O qu'exercent le sol sur la chenille gauche en un point P de contact en fonction de A et de B .

L'action élémentaire est un glisseur qui passe par P.

$$dF_{0 \rightarrow cg}(P) = \left(A \frac{y}{L} + B \right) dx dy \vec{z}$$

Et : $dM_{0,0 \rightarrow cg}(P) = \vec{0} + \vec{OP} \wedge dF_{0 \rightarrow cg}(P) = (x \vec{x} + y \vec{y}) \wedge \left(A \frac{y}{L} + B \right) dx dy \vec{z}$. On obtient :

$$dM_{0,0 \rightarrow cg}(P) = \left(A \frac{y}{L} + B \right) (y \vec{x} - x \vec{y}) dx dy$$

Question 7 Déterminer à l'aide de la question précédente les expressions de l'effort $\vec{F}_{0 \rightarrow cg}$ et du moment au point O $\vec{M}_{0,0 \rightarrow cg}$ en fonction de B, D et des données connues du système.

Par intégration sur la surface de contact sol / chenille gauche :

$$\vec{F}_{0 \rightarrow cg} = \iint dF_{0 \rightarrow cg}(P) = \vec{z} \int_{-L/2}^{L/2} \int_{a-L/2}^{a+L/2} \left(\frac{A}{L} y + B \right) dx dy = \vec{z} \int_{-L/2}^{L/2} \left(\frac{A}{L} y + B \right) dy \int_{-a-L/2}^{-a+L/2} dx = \vec{z} l \left[\frac{A}{2L} y^2 + By \right]_{-L/2}^{L/2}$$

On obtient :

$$\vec{F}_{0 \rightarrow cg} = Ll B \vec{z}$$

Pour le moment en O :

$$\begin{aligned}\bar{M}_{O,0 \rightarrow cg} &= \iint \bar{dM}_{O,0 \rightarrow cg}(P) = \vec{x} \int_{-L/2}^{L/2} \int_{a-1/2}^{a+1/2} \left(\frac{A}{L}y + B\right) y \, dx \, dy - \vec{y} \int_{-L/2}^{L/2} \int_{a-1/2}^{a+1/2} \left(\frac{A}{L}y + B\right) x \, dx \, dy \\ &= \vec{x} \int_{-L/2}^{L/2} \left(\frac{A}{L}y + B\right) y \, dy \int_{a-1/2}^{a+1/2} dx - \vec{y} \int_{-L/2}^{L/2} \left(\frac{A}{L}y + B\right) dy \int_{a-1/2}^{a+1/2} x \, dx \\ &= \vec{x} l \left[\frac{A}{3L} y^3 + \frac{B}{2} y^2 \right]_{-L/2}^{L/2} - \vec{y} \left[\frac{A}{2L} y^2 + By \right]_{-L/2}^{L/2} \times \left[\frac{x^2}{2} \right]_{a-1/2}^{a+1/2}\end{aligned}$$

On obtient :

$$\bar{M}_{O,0 \rightarrow cg} = \frac{lL^2}{12} A \vec{x} + a l L B \vec{y}$$

Question 8 Quels théorèmes généraux ont permis d'établir les trois équations scalaires du système d'équations (1) ?

Dans l'ordre :

- théorème de la résultante statique en projection sur $\vec{z}$;
- théorème du moment statique en O, en projection sur $\vec{x}$;
- théorème du moment statique en O, en projection sur $\vec{y}$

appliqués à l'ensemble Σ .

Question 9 Après avoir précisé l'expression des paramètres A , B , C et D , donner l'expression de la pression maximale de chacune des répartitions estimées (gauche et droite) en fonction des données connues par la machine (L , l , a , e , θ et F_{eq} uniquement).

En déduire que l'expression unique de la pression maximale sous la foreuse s'écrit : $p_{\max} = \frac{-F_{eq}}{2 \cdot L \cdot l} \left(1 + \frac{e \cdot |\cos \theta|}{a} + \frac{6e \cdot |\sin \theta|}{L} \right)$.

En notant (i), (ii) et (iii) les 3 équations (1).

- avec $A = C$, (ii) donne : $A = \frac{-F_{eq}}{lL} \frac{6e \sin \theta}{L}$,
- (i)+(iii) donne : $D = \frac{-F_{eq}}{2lL} \left(1 + \frac{e \cos \theta}{a} \right)$,
- (i)-(iii) donne : $B = \frac{-F_{eq}}{2lL} \left(1 - \frac{e \cos \theta}{a} \right)$.

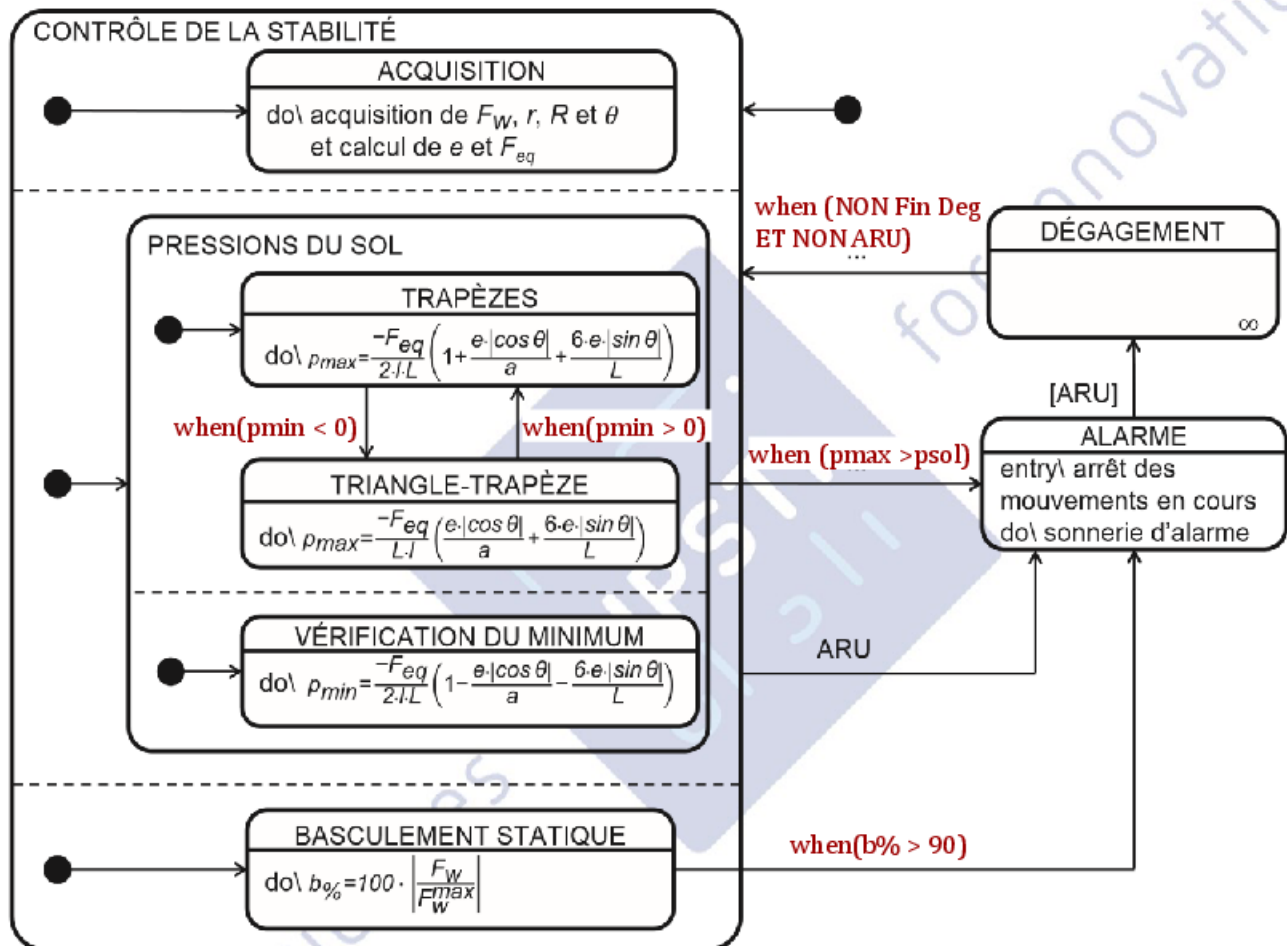
Si $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$, $p_{\max} = D + |A/2|$, sinon $p_{\max} = B + |A/2|$. Dans les deux cas, on trouve la relation demandée : $p_{\max} = \frac{-F_{eq}}{2lL} \left(1 + \frac{e |\cos \theta|}{a} + \frac{6e |\sin \theta|}{L} \right)$.

1.2.b - Etude séquentielle

Question 10 A l'aide de la description du fonctionnement séquentiel précédente, compléter les cinq transitions manquantes du diagramme d'états fourni dans le DR1.

Remarques : les variables devraient être calculées continuellement, ce qui pourrait être indiqué par une transition réflexive. L'aspect séquentiel des calculs n'est pas pris en compte.

Une solution sans le mot clef when est acceptable.

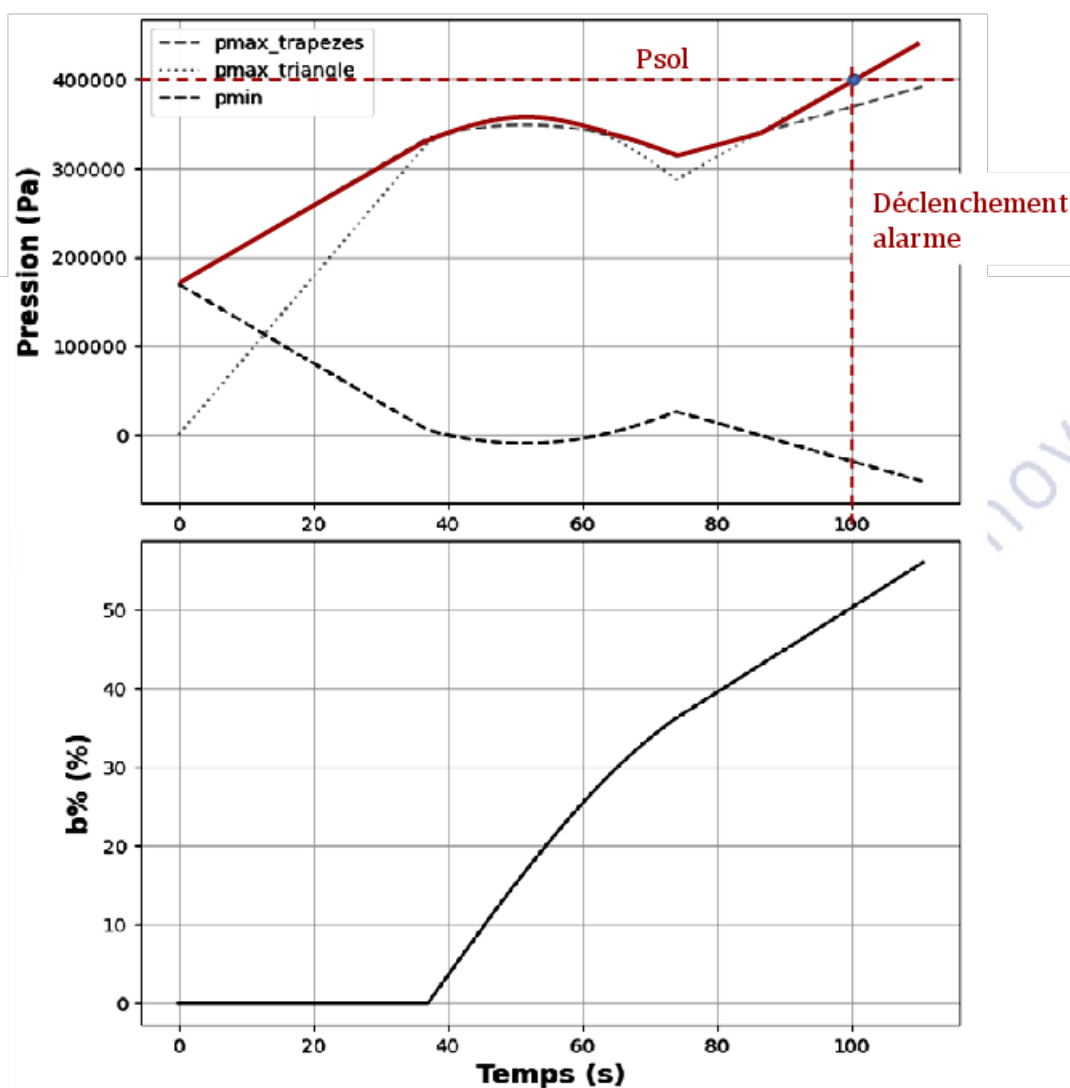


Question 11 Grâce au diagramme d'états complété, surligner sur le DR2 la valeur de p_{max} retenue par l'ordinateur de bord au cours du temps. Indiquer clairement sur le DR2 l'instant où l'alarme se déclenchera sachant que ces opérations se déroulent sur du gravier compact (voir tableau 1) et que l'opérateur a réglé p_{sol} à la limite maximale de ce matériau sans coefficient de sécurité.

La pression maximale admissible pour le gravier compact est de 400 kPa.

L'indicateur $b_{\%}$ reste en dessous la valeur de déclenchement de l'alarme.

L'alarme se déclenche lorsque la pression calculée atteint 400 000 Pa, soit à l'instant 100 s.



Question 12 Résumer en quoi les estimations de $b\%$ et de p_{sol} par la machine sont des indicateurs pertinents et complémentaires pour le contrôle de la stabilité, afin de satisfaire l'exigence 1.1.

Les indicateurs contrôlent indépendamment le risque de basculement et le risque d'enfoncement dans le sol.

II - Contrôle de la vitesse de la table de forage

II.1 - Sous ensemble "mécanisme" : étude cinématique de la table de forage

Question 13 De la même manière, en utilisant la composition des vitesses au point I et en exprimant une condition de roulement sans glissement, montrer que : $\vec{V}(I, 4/0) \cdot \vec{z} = V = R \cdot \omega_3$.

$$\vec{V}(I, 4/0) = \vec{V}(I, 4/3) + \vec{V}(I, 3/cable) + \vec{V}(I, cable/0)$$

Avec

- mouvement de rotation de 4 par rapport à 3 d'axe $(C, \vec{y})$,
 $\vec{V}(I, 4/3) = \vec{V}(C, 4/3) + \vec{IC} \wedge \omega_4 \vec{y} = \vec{0} - R_3 \vec{x} \wedge (-\omega_3 \vec{y}) = R_3 \omega_3 \vec{z}$
- non glissement du câble sur la poulie, $\vec{V}(I, 3/cable) = \vec{0}$
- câble attaché en O, donc fixe par rapport à 0, $\vec{V}(I, cable/0) = \vec{0}$

D'où : $\vec{V}(I, 4/0) \cdot \vec{z} = R_3 \omega_3$.

De plus, le mouvement de 4 par rapport à 0 est une translation : $\vec{V}(I, 4/0) \cdot \vec{z} = V(D, 4/0) \cdot \vec{z} = V$.

Question 14 Dédurre de la question précédente l'expression du rayon équivalent, noté R_e , dans le sous-système "Mécanisme" du schéma-bloc en annexe 5, en fonction de R_1 seulement.

On a $V = -R_3 \omega_3 + R_1 \omega_1$ et $V = R_3 \omega_3$. En remplaçant, on obtient : $V = \frac{R_1}{2} \omega_1$, soit : $R_{eq} = \frac{R_1}{2}$

II.2 - Partie "Amortisseur" : étude dynamique de la table de forage

Question 15 Exprimer k_T et λ_T en fonction de n , k et de λ .

Les ressorts étant en parallèle, les allongements sont tous identiques. L'action du ressort équivalent est la somme des actions de chacun des ressorts : $\vec{F}_{nr} = \sum_{i=1}^n k(\Delta z_0 - \Delta z) \vec{z} = n k(\Delta z_0 - \Delta z) \vec{z}$.

Par identification on trouve $k_T = n k$.

De même, pour les amortisseurs : $\lambda_T = n \lambda$.

Question 16 A l'équilibre, système suspendu, proposer et mettre en œuvre une stratégie de résolution en appliquant le principe fondamental de la statique, afin d'établir une première équation, liant k_T , Δz_e , Δz_0 , M_K et g et une deuxième, liant F_{we} , M_K , M_T et g .

Isolons (5), soumis aux actions mécaniques extérieures du poids $M_K g$, des ressorts et amortisseurs et de la liaison glissière 4-5.

A l'équilibre, le théorème de la résultante statique en projection sur $\vec{z}$ donne :

$$-M_K g - k_T(\Delta z_0 - \Delta z_e) + \lambda_T \Delta \dot{z} + F_{sol} = 0, \text{ avec } \Delta \dot{z} = 0 \text{ à l'équilibre et } F_{sol} = 0 \text{ car le système est suspendu.}$$

$$\text{D'où : } -M_K g - k_T(\Delta z_0 - \Delta z_e) = 0$$

Isolons (4+5), soumis aux actions mécaniques extérieures des poids sur (4) et (5), des câbles et de la liaison glissière 4-0.

A l'équilibre, le théorème de la résultante statique en projection sur $\vec{z}$ donne : $\boxed{2F_{we} - (M_T + M_K)g = 0}$

Question 17 En fonctionnement, isoler la table 4 et déterminer son équation du mouvement vertical $\ddot{z}_4(t)$ en fonction des paramètres du problème en utilisant une équation issue du principe fondamental de la dynamique.

Les actions mécaniques extérieures à 4 proviennent des câbles, de son poids, des ressorts et amortisseurs et des liaisons glissières avec 0 et 5.

Le théorème de la résultante dynamique, en projection sur $\vec{z}$ donne :

$$\boxed{M_T \ddot{z}_4 = 2F_{we} - M_T g + k_T(\Delta z_0 - \Delta z) - \lambda_T \Delta \dot{z}}$$

Question 18 En utilisant les résultats précédents et le changement de variables précédent, montrer que l'on obtient le système d'équations (2) donné.

Avec le changement de variable proposé : $\Delta z = z_4 - z_5 = \hat{z}_4 - \hat{z}_5 + \Delta z_e$.

L'équation de la question précédente devient :

$$\begin{aligned} M_T \ddot{z}_4 &= 2F_{we} + \delta F_w - M_T g + k_T(\Delta z_0 - \hat{z}_4 + \hat{z}_5 - \Delta z_e) - \lambda_T(\dot{\hat{z}}_4 - \dot{\hat{z}}_5) \\ \Leftrightarrow M_T \ddot{\hat{z}}_4 &= 2F_{we} - M_T g + k_T(\Delta z_0 - \Delta z_e) + \delta F_w + k_T(-\hat{z}_4 + \hat{z}_5) - \lambda_T(\dot{\hat{z}}_4 - \dot{\hat{z}}_5) \end{aligned}$$

Avec, à l'équilibre : $2F_{we} - M_T g = M_K g$, soit $2F_{we} - M_T g + k_T(\Delta z_0 - \Delta z_e) = M_K g + k_T(\Delta z_0 - \Delta z_e) = 0$.

D'où, par rapport à la position d'équilibre : $\boxed{M_T \ddot{\hat{z}}_4 = \delta F_w + k_T(-\hat{z}_4 + \hat{z}_5) - \lambda_T(\dot{\hat{z}}_4 - \dot{\hat{z}}_5)}$.

En regroupant les termes, on obtient la première équation recherchée : $M_T \ddot{\hat{z}}_4 + \lambda_T \dot{\hat{z}}_4 + k_T \hat{z}_4 = \lambda_T \dot{\hat{z}}_5 + k_T \hat{z}_5 + \delta F_w$.

L'équation donnée dans le sujet, s'écrit, après changement de variables :

$$\begin{aligned} M_K \ddot{\hat{z}}_5 &= F_{sol} - k_T(\Delta z_0 - \hat{z}_4 + \hat{z}_5 - \Delta z_e) + \lambda_T(\dot{\hat{z}}_4 - \dot{\hat{z}}_5) - M_K g \\ \Leftrightarrow M_K \ddot{\hat{z}}_5 &= 2F_{sol} - k_T(\Delta z_0 - \Delta z_e) - M_K g - k_T(\hat{z}_5 - \hat{z}_4) + \lambda_T(\dot{\hat{z}}_4 - \dot{\hat{z}}_5) \end{aligned}$$

A l'équilibre, $-k_T(\Delta z_0 - \Delta z_e) - M_K g = 0$, d'où $\boxed{M_K \ddot{\hat{z}}_5 = 2F_{sol} - k_T(\hat{z}_5 - \hat{z}_4) + \lambda_T(\dot{\hat{z}}_4 - \dot{\hat{z}}_5)}$.

En regroupant les termes, on obtient la deuxième équation recherchée.

Question 19 Traduire le système différentiel précédent (2) dans le domaine de Laplace, puis en déduire les expressions des trois fonctions de transfert $H_6(p)$, $H_7(p)$, et $H_8(p)$, présentes sur l'annexe 5.

La première équation donne : $Z_4(p)(M_T + \lambda_T p + k_T p^2) = (k_T + \lambda_T p)Z_5(p) + \Delta F_w(p)$.

De plus, $v(t) = \frac{dz_4(t)}{dt}$, soit $Z_4(p) = \frac{V(p)}{p}$.

On obtient $\Delta F_w(p) = \frac{k_T + \lambda_T p + M_T p^2}{p} V(p) - (k_T + \lambda_T p)Z_5(p)$ (i)

On en déduit
$$H_8(p) = \frac{k_T + \lambda_T p + M_T p^2}{p}$$

La deuxième équation donne :
$$Z_5(p) = \frac{1}{k_T + \lambda_T p + M_K p^2} \left[(k_T + \lambda_T p) \frac{V(p)}{p} + F_{sol}(p) \right].$$

On en déduit
$$H_6(p) = \frac{k_T + \lambda_T p}{p}$$

Et, en remplaçant $Z_5(p)$ dans (i) :
$$H_7(p) = \frac{k_T + \lambda_T p}{k_T + \lambda_T p + M_K p^2}$$

II.3 - Sous-systèmes Servo-pompe, Circuit hydraulique et Moteur hydraulique.

Question 20 D'après les figures 9 et 10 et sans détailler les calculs, indiquer par quel théorème et par quel isolement peut être obtenue l'équation (v). Sans la mettre en œuvre, proposer une méthode permettant de déterminer l'expression théorique du paramètre J_{eq} .

Le couple résistant provient de la tension des câbles.

L'équation provient du théorème de l'énergie cinétique appliqué aux parties mobiles du moteur, du réducteur et au winch 1.

Pour déterminer l'inertie équivalente J_{eq} on exprime l'énergie cinétique de l'ensemble isolé en fonction de l'unique paramètre cinématique ω_m . J_{eq} est déterminé par identification avec l'expression $1/2 J_{eq} \omega_m^2$.

Remarque : dans cette formulation, les énergies cinétiques du câble et des poulies 2 et 3 sont négligées. Il est possible d'ajouter à l'isolement les poulies 2 et les tronçons de câble jusqu'au contact J et J' avec les poulies 3.

Si on isole l'ensemble des parties mobiles avec les câbles, 2, 2', 3, 3', 4 et 5, le paramètre de position $z_5(t)$ sera présent dans l'équation, de même que l'action du sol et celles des amortisseurs. Si on isole ce même ensemble sans 5, les puissances extérieures associées aux actions des ressorts et amortisseurs ne seront pas nulles. Le même isolement sans 5 et sans 4 conduit à des puissances extérieures non nulles pour les actions des liaisons pivots L4-3' et L4-3.

Question 21 Traduire les cinq équations (i), (ii), (iii), (iv) et (v) dans le domaine de Laplace.

On obtient :

$$\begin{aligned} Q_p(p) &= K_s U_s(p) \\ \frac{V_0}{B} p \Delta P(p) &= Q_p(p) - Q_m(p) \\ Q_m(p) &= C_Y \Omega_m(p) \\ C_m(p) &= C_Y \Delta P(p) \\ (a + J_{eq} p) \Omega_m(p) &= C_m(p) - C_r(p) \end{aligned}$$

Question 22 Expliciter les cinq fonctions de transfert $H_1(p)$, $H_2(p)$, $H_3(p)$, $H_4(p)$ et $H_5(p)$ à partir des résultats de la question précédente.

$$\begin{aligned} H_1(p) &= K_s \\ H_2(p) &= \frac{B}{V_0 p} \\ H_3(p) &= C_Y \\ H_4(p) &= C_Y \\ H_5(p) &= \frac{1}{a + J_{eq} p} \end{aligned}$$

II.4 - Etude de l'asservissement de la vitesse d'avance de la table de forage

Question 23 Préciser le rôle du gain K_{ihm} de la partie « chaîne d'information » de l'annexe 5 et donner son expression en fonction des transmittances figurant dans le schéma-bloc pour que le système soit correctement asservi.

K_{ihm} permet de s'assurer qu'en régime permanent, l'image de l'erreur ϵ_v est nulle lorsque l'erreur est nulle, qu'elle que soit la consigne.

Condition vérifiée si $K_{ihm} = K_{gen} \frac{2}{R_2}$.

Question 24 A partir de la figure 11, exprimer la fonction de transfert $\frac{\Omega_m(p)}{U_s(p)}$, noté $H(p)$, à partir des fonctions de transfert $H_j(p)$, ou $j \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

$$\frac{\Omega_m(p)}{U_s(p)} = H_1(p) \frac{H_2(p) H_3(p) H_5(p)}{1 + H_2(p) H_3(p) H_4(p) H_5(p)}$$

Question 25 Exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte $G_{BO}(p) = \frac{V(p)}{\epsilon(p)}$.

$$G_{BO}(p) = \frac{K_0 K_p K_h}{1 + \frac{2z_h}{\omega_h} p + \frac{p^2}{\omega_h^2}}$$

Question 26 Avec un correcteur proportionnel, peut-on satisfaire l'exigence de précision de vitesse indiquée à l'exigence 2.1.1 ? Justifier.

La fonction de transfert en boucle ouverte est d'ordre 2 et de classe 0.

Le modèle est stable, mais l'erreur statique n'est pas nulle. L'exigence 2.1.1 ne peut être satisfaite.

Question 27 L'exigence de précision sur la vitesse est-elle satisfaite ? Justifier.

$$C(p) = K_p \frac{1+T_i p}{p} \text{ et } G_{BO}(p) = \frac{K_0 K_p K_h (1+T_i p)}{p \left(1 + \frac{2z_h}{\omega_h} p + \frac{p^2}{\omega_h^2} \right)}, \text{ d'ordre 3 et de classe 1.}$$

Si le modèle est stable, l'erreur statique sera nulle. L'exigence de précision est satisfaite.

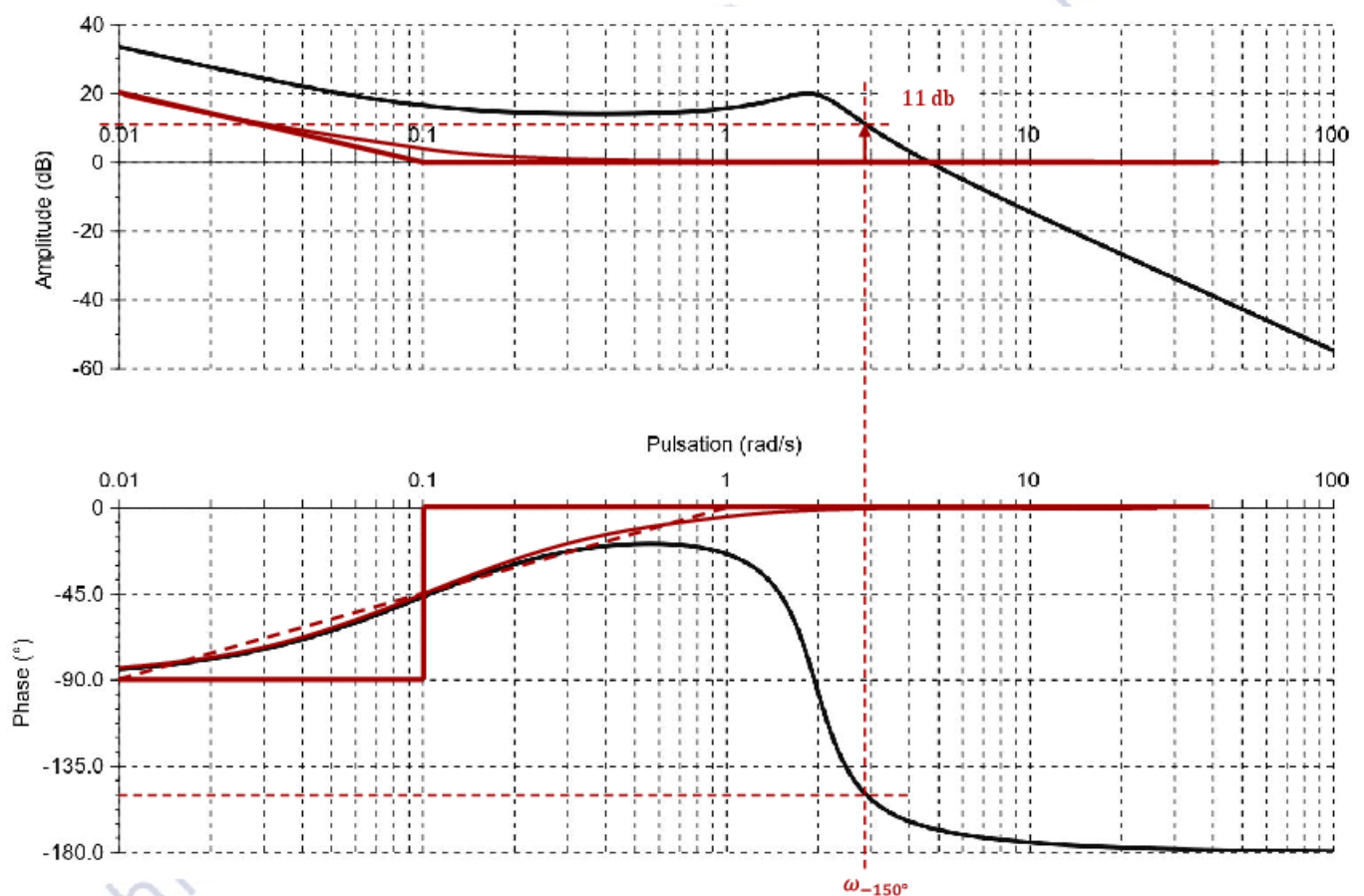
Question 28 Tracer les diagrammes de Bode asymptotique et réel de ce correcteur sur le DR3. Détailler les constructions.

Avec $K_p = 1$ et $T_i = 10$ s, $C(p) = \frac{1}{10p}(1 + 10p)$.

Comportement asymptotique :

- aux basses fréquences : asymptote du gain de pente -20 dB/décade passant par le point (1/10 rad/s, 0dB) ; phase à -90° ;
- pulsation de cassure à 0,1 rad/s. A cette valeur, le gain réel est 3dB au-dessus du point de cassure, la phase vaut -45° ;
- aux hautes fréquences : asymptote horizontale pour le gain à 0 dB ; phase à 0°.

La courbe réelle de phase passe aussi à -84° pour 0,01 rad/s et à 6° pour 1 rad/s.



Question 29 Affiner le réglage du correcteur (sans modifier la valeur de T_i) en proposant une valeur de K_p permettant de garantir la marge de phase spécifiée dans l'exigence 2.11. On répondra à cette question sur le DR3.

La marge de phase attendue est de 30°, correspondant à une phase de -150°. Pour la pulsation ω_{-150° correspondante, le gain est de 11 dB.

Pour obtenir la marge de phase demandée, il faut descendre la courbe de gain de 11 dB correspondant à un correcteur de gain $K_p = 10^{-11/20} \approx 0,28$.

La phase n'atteignant pas -180°, l'exigence sur la marge de gain est vérifiée.

Question 30 Sur quelle(s) performance(s) la présence de l'amortisseur peut-elle influencer ? Justifier que le correcteur choisi permet de répondre aux exigences 2.1.1 en présence de l'amortisseur.

La présence d'un amortisseur a une influence positive sur la stabilité du système (la phase en pointillés est sensiblement plus élevée à haute fréquence) mais négative sur le temps de réponse (réduction sensible de la bande passante à 0 dB sur le gain en pointillés).

Le correcteur est bien choisi car il assure la précision statique en portant à 1 la classe de la FTBO (effet de l'intégrateur) tout en ne diminuant pas la phase en haute fréquence (effet du premier ordre au numérateur)



III - Edition d'un rapport de chantier (Informatique Commune)

III.1 - Exploitation des données d'opération enregistrées

Question 31 Ecrire une requête SQL permettant de renvoyer les dates de début et de fin du chantier intitulé "Heilbronn".

```
SELECT dates FROM Site WHERE nom='Heilbronn'
```

Question 32 Ecrire une requête SQL permettant de déterminer la quantité totale de béton qui a été coulée sur ce chantier.

```
SELECT SUM(quantitebeton)
FROM Site JOIN Forage ON Forage.idsite=Site.idsite
WHERE Site.nom='Heilbronn'
```

Question 33 Ecrire une requête SQL permettant de renvoyer les listes temps, effort et profondeur de la première opération (numérotée 1) du premier pieu (numéroté 1) effectué sur ce chantier.

```
SELECT Operation.temps, Operations.effort, Operations.profondeur
FROM Site JOIN Forage ON Forage.idsite=Site.idsite
JOIN Operation ON Forage.pieunumero=Operation.pieunumero
WHERE Site.nom='Heilbronn' AND Operation.operationnumero=1
AND Forage.pieunumero=1
```

III.2 - Tracés des courbes significatives pour un rapport de chantier

Question 34 Créer une fonction `TrouverVitesse(profondeur, temps)` qui renvoie la liste vitesse en mm/s des vitesses verticales instantanées de cette opération. Elle aura la même longueur que temps et profondeur et on imposera la première valeur de la vitesse à 0.

Il s'agit de dériver la profondeur. Celle-ci est donnée en cm. Le temps est en secondes.

La dérivée est calculée par différence finie centrée. La dernière valeur par différence finie à gauche.

```
def TrouverVitesse(profondeur, temps):
    n = len(profondeur)
    V = [0]
    for i in range(1, n-1):
        Vi = (profondeur[i+1] - profondeur[i-1]) / (temps[i+1] - temps[i-1])
        V.append(Vi * 10) # passage en mm/s
    Vi = (profondeur[n-1] - profondeur[n-2]) / (temps[n-1] - temps[n-2])
    V.append(Vi * 10)
    return V
```

Question 35 Ecrire un script permettant de tracer la zone B de ce rapport, c'est-à-dire le temps, la vitesse et l'effort en fonction de la profondeur sur les trois figures différentes. On s'assurera bien que l'axe vertical corresponde à la profondeur de forage. L'inversion du sens de l'axe des ordonnées, le titre des axes, la conversion de la profondeur en mètres, ainsi que la conversion du temps au format *hh:min* ne sont pas exigés ici.

```
temps, effort, profondeur = rapport
plt.figure()
plt.plot(temps, profondeur)
plt.figure()
plt.plot(TrouverVitesse(profondeur, temps), profondeur)
plt.figure()
plt.plot(effort, profondeur)
```

Remarque: le script proposé n'est pas suffisant pour placer les figures les unes à côté des autres. Au vu de l'annexe, la fonction `plt.show()` ne semble pas nécessaire.

Question 36 De quel algorithme de tri la fonction `Tri` présente en annexe 4 est-elle une adaptation ? Quelle est sa complexité au pire des cas et celle au meilleur des cas ?

Il s'agit d'une adaptation du tri rapide.

On suppose la fonction `Segmentation` de complexité linéaire.

Au pire des cas le tri rapide est alors de complexité quadratique, en n^2 , quasi-linéaire au meilleur des cas, en $n \times \log_2(n)$ si la partition coupe en deux la liste des éléments à trier à chaque appel.

Question 37 Justifier la présence du test `if rang < gauche + k`: au sein de la fonction `tri`.

Ce test permet de ne pas trier les éléments que l'on sait ne pas faire partie des k plus petites valeurs.

Les éléments d'indice supérieur à `rang` ont des valeurs plus grandes que les éléments compris entre `gauche` et `rang`. Si le nombre d'éléments compris entre `gauche` et `rang` est supérieur à k , les éléments compris entre `rang` et `droite` n'ont pas besoin d'être triés.

Question 38 Proposer sur la copie des lignes de code permettant de compléter la partie manquante de la fonction `Segmentation`.

Il s'agit de faire une partition en place de façon linéaire. `rang` contient l'indice le plus grand des éléments parcourus qui sont plus petits ou égaux que le pivot.

```
for i in range(gauche, droite+1):
    if L[i] <= p : # si on trouve un terme plus petit ou égal au pivot
        rang = rang + 1
    L[i], L[rang] = L[rang], L[i] # échange avec un terme non testé ou plus grand
                                # que le pivot
```

Question 39 Créer la fonction `Distances(Points, A)` présente dans la fonction `ProchesVoisins` qui renvoie une liste `Dist` de la distance de chaque point de `Points` (organisée comme un liste de tuples des coordonnées (x,y)) au point `A` (tuple de ses coordonnées (x,y)) de telle sorte que la distance `Dist[i]` corresponde au point `Points[i]`.

```
def Distances(Points, A):  
    Dist = []  
    xA, yA = A  
    for x, y in Points:  
        d = ((x-xA)**2 + (y-yA)**2)**0.5  
        Dist.append(d)  
    return Dist
```

Question 40 Ecrire un script qui trace l'enveloppe concave des points de fonctionnement de la table de forage à partir des valeurs présentes dans les listes `C` et `N`. On rappelle ici que l'on ne s'occupera pas de l'opération permettant de garder seulement la partie haute de l'enveloppe générée.

```
Points = [(N[i], C[i]) for i in range(len(N))] # création liste des points  
Enveloppe = ConcaveHull(Points)  
X = [P[0] for P in Enveloppe] # création liste des abscisses  
Y = [P[1] for P in Enveloppe] # des ordonnées  
plt.figure()  
plt.plot(X, Y)
```

Remarque : le code proposé ne ferme pas la figure.

Question 41 Sans ligne de code, proposer, avec des explications claires, une solution alternative plus simple que l'algorithme *ConcaveHull* de Moreira et Yasmina-Santos pour retrouver l'enveloppe expérimentale des points de fonctionnement du moteur de la table de forage.

Le tracé peut être effectué en déterminant, par plage de vitesse, le couple maximal.

Pour éviter le parcours multiple des points, il faut les trier en premier suivant les vitesses de rotations croissantes. Ensuite, l'enveloppe peut être déterminée, plage par plage, à l'aide d'un parcours des points suivant les vitesses croissantes.