

Proposition de corrigé

Concours : Concours Centrale-Supélec

Année : 2024

Filière : TSI

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](https://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Robot SINTESI Pharmathek

Corrigé UPSTI

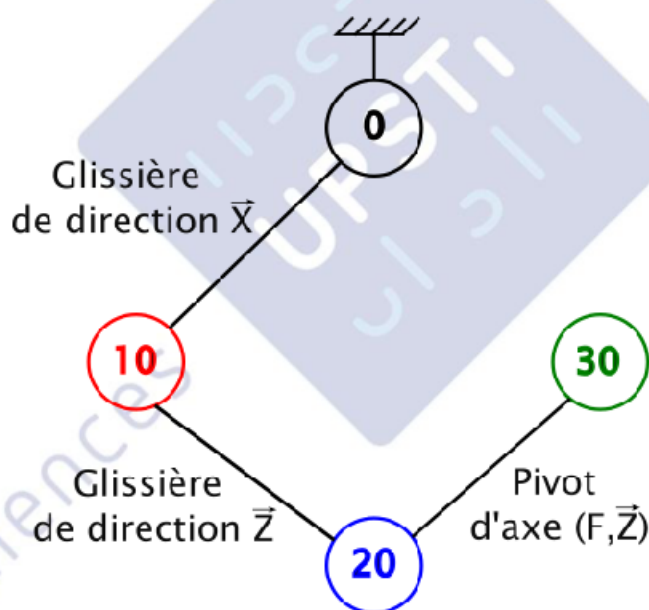
I - Modélisation du robot SINTESI

Objectif : Analyser la structure du robot et établir des modèles comportementaux

I.1 - Architecture du bras manipulateur 3 axes

Objectif : Analyser la cinématique du bras manipulateur

Question 1 A l'aide du tableau 1, proposer un graphe des liaisons d'une modélisation minimale restreinte aux solides 0, 10, 20, 30.



Question 2 Compléter l'épure de la figure A du document réponse en représentant les liaisons correspondant au graphe des liaisons précédent.

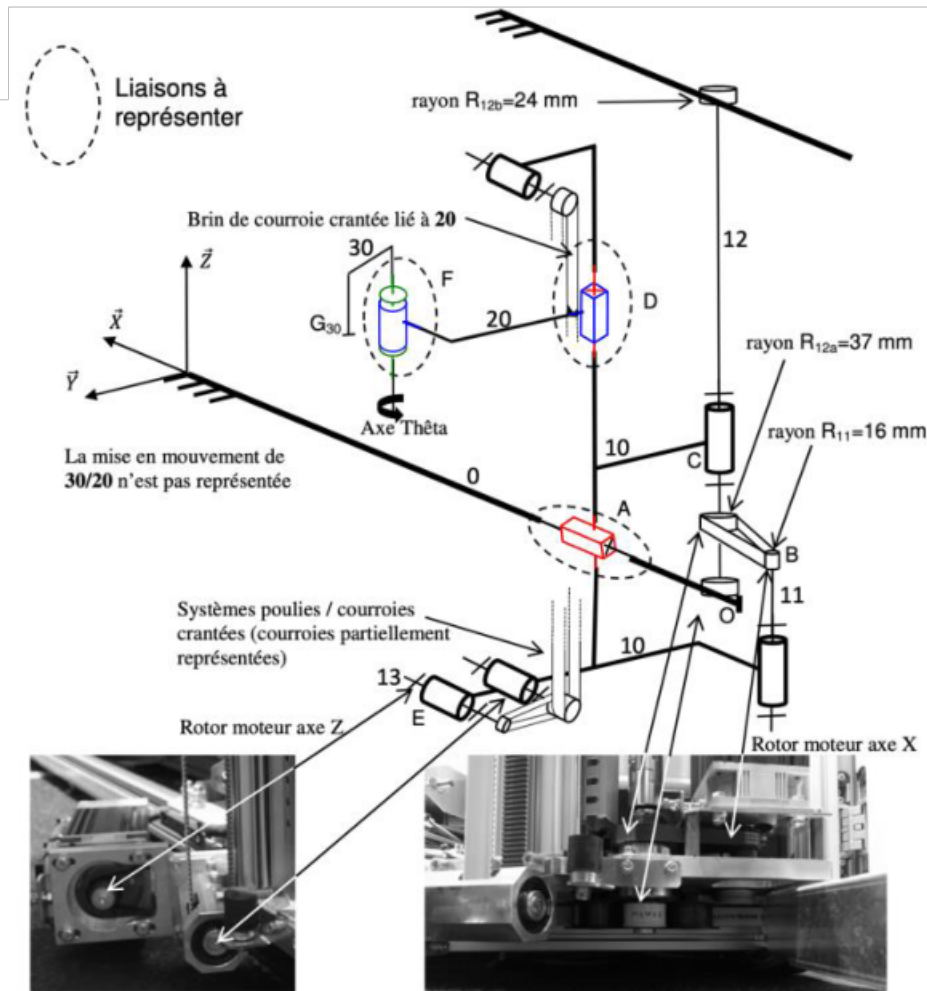


Figure A Schéma cinématique minimal

Question 3 A l'aide du paramétrage et des valeurs figurant dans le tableau 2 et sur la figure A du document réponse, déterminer les expressions littérales et les valeurs numériques des paramètres ρ_1 et ρ_x tels que $\omega_{12}(t) = \rho_1 \omega_{11}(t)$ et $v_x(t) = \rho_x \omega_{11}(t)$ en précisant l'unité de ρ_x .

En supposant une adhérence de la courroie sur les poulies 11 et 12a, on a d'après la figure A : $\frac{\omega_{11}}{\omega_{12}} = \frac{R_{12a}}{R_{11}} = \frac{1}{\rho_1}$.

Donc $\rho_1 = \frac{R_{11}}{R_{12a}}$.

De plus, en supposant un roulement sans glissement des galets 12b sur 0, on a $v_x = R_{12b} \omega_{12}$.

Or $\omega_{12} = \rho_1 \omega_{11} \Rightarrow v_x = R_{12b} \rho_1 \omega_{11} = \rho_x \omega_{11}$.

Donc $\rho_x = R_{12b} \cdot \frac{R_{11}}{R_{12a}}$ avec ρ_x en mètres.

Applications numériques : $\rho_1 \simeq 0,43$ et $\rho_x \simeq 1,04 \times 10^{-2} \text{ m}$

I.2 - Analyse des déplacements mesurés

Objectif : Analyser la stratégie de pilotage des axes du robot

Question 4 Donner l'équation différentielle temporelle qui lie les grandeurs $a_x(t)$ et $a_{xf}(t)$ puis l'équation de récurrence associée sur les vecteurs ax et axf à l'aide d'un schéma de dérivation numérique à gauche ou arrière. Le résultat sera présenté sous la forme $axf[i] = A \cdot axf[i-1] + B \cdot ax[i]$ où les constantes A et B seront exprimées en fonction de T_e et de tau . Les variables T_e et tau sont des variables globales.

Avec les paramètres donnés, l'équation différentielle sous forme canonique d'un filtre du premier ordre est la suivante :

$$tau \cdot \frac{d a_{xf}}{dt} + a_{xf} = a_x$$

En considérant un schéma arrière : $\frac{d a_{xf}}{dt} \simeq \frac{axf[i] - axf[i-1]}{T_e}$

Soit :

$$\begin{aligned} \frac{tau}{T_e} (axf[i] - axf[i-1]) + axf[i] &= ax[i] \\ \Rightarrow \left(1 + \frac{tau}{T_e}\right) axf[i] &= \frac{tau}{T_e} axf[i-1] + ax[i] \\ \Rightarrow axf[i] &= \frac{\frac{tau}{T_e}}{1 + \frac{tau}{T_e}} \cdot axf[i-1] + \frac{1}{1 + \frac{tau}{T_e}} \cdot ax[i] \end{aligned}$$

On a donc $axf[i] = A \cdot axf[i-1] + B \cdot ax[i]$ avec $A = \frac{tau}{tau + T_e}$ et $B = \frac{T_e}{tau + T_e}$.

Question 5 Compléter le script précédent pour définir le vecteur axf , correspondant au filtre passe-bas de premier ordre sur le vecteur connu ax .

```
import numpy as np

#Filtrage
N=ax.shape[0]
axf=np.zeros(N)
axf[0]=0 #Initialisation de la liste axf
Te=(temps[-1]-temps[0])/N #Calcul de Te

tau=5*Te #On en déduit tau

#Calcul des coefficients A et B
A=tau/(tau+Te)
B=Te/(tau+Te)
```


#Calcul de axf

```

for i in range(1,N):
    axf[i]=A*axf[i-1]+B*ax[i]

```

Question 6 En utilisant la méthode des rectangles et la variable N , écrire un script permettant de définir le vecteur v_{xf} des vitesses filtrée selon $\vec{X}$ à partir du vecteur axf .

On utilise ici la méthode des rectangles à gauche. On suppose de plus des conditions initiales nulles.

```

N=axf.shape[0]
Vxf=np.zeros(N)
for i in range(1,N):
    Vxf[i] = Vxf[i-1] + Te*axf[i]

```

Question 7 A l'aide de la figure 7, estimer les valeurs maximales des accélérations et des vitesses mesurées selon $\vec{X}$. Analyser les différences entre les résultats de mesures et les spécifications figurant dans le tableau des exigences figure 2.

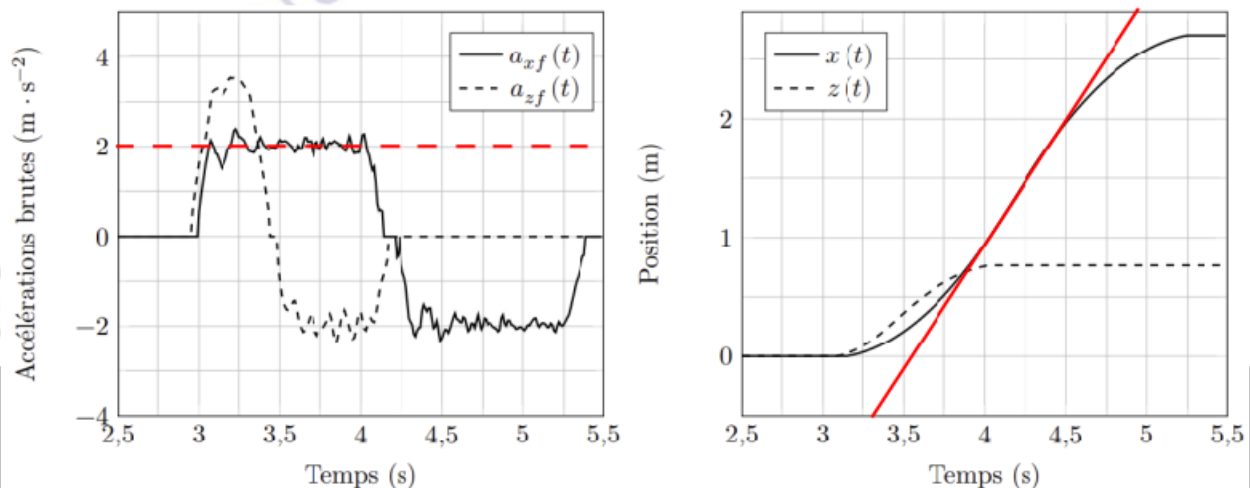
Pour l'accélération maximale, on estime la valeur moyenne autour du bruit de mesure non filtré. On trouve :

$$a_{xf,max} \simeq 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Pour la vitesse maximale, on cherche à quantifier la tangente du point d'inflexion de la position, correspondant au maximum de vitesse de l'axe $\vec{X}$. On trouve ainsi :

$$v_{xf,max} \simeq 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

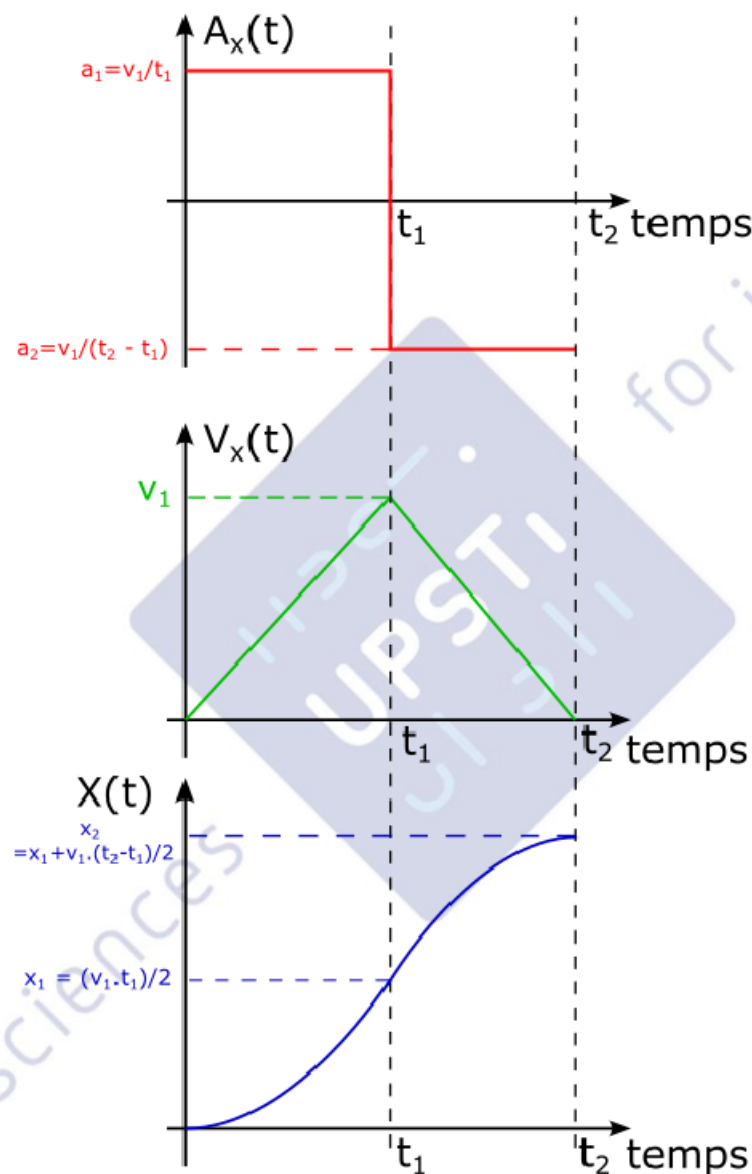
On a ainsi dans les deux cas $a_{xf,max} \leq 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et $v_{xf,max} \leq 2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Les mesures sont donc en accord avec les spécifications données pour l'axe $\vec{X}$.



I.3 - Modélisation de l'axe X

Objectif : Renseigner les paramètres de modèles comportementaux du bras en translation selon $\vec{X}$.

Question 8 Tracer les allures des évolutions temporelles de l'accélération $a_x(t)$ et du déplacement $x(t)$ en précisant les valeurs caractéristiques en fonction de t_1 , t_2 et v_1 .



Question 9 Après avoir déterminé v_1 en fonction de a_{max} et t_1 , déterminer le temps t_2 permettant d'effectuer 2,7 m selon $\vec{X}$ avec ce profil des vitesses.

D'après la question précédente, on peut poser $a_1 = a_{max} = \frac{v_1}{t_1} \Rightarrow \boxed{v_1 = a_{max} \cdot t_1}$

On a $x(t_2) = x_{20} = 2,7$ m. Or pour $t \in [t_1, t_2]$:

$$x(t) = \frac{v_1 \cdot t_1}{2} + v_1 \cdot (t - t_1) - \frac{v_1}{2 \cdot t_1} (t - t_1)^2$$

Soit :

$$x_{20} = \frac{v_1 \cdot t_1}{2} + v_1 \cdot (t_2 - t_1) - \frac{v_1}{2 \cdot t_1} (t_2 - t_1)^2$$

Le profil étant symétrique, on a $t_2 = 2t_1$ soit $x_{20} = \frac{v_1 \cdot t_1}{2} + v_1 t_1 - \frac{v_1 \cdot t_1}{2}$. D'où :

$$x_{20} = v_1 \cdot t_1 = a_{max} \cdot t_1^2 \Rightarrow t_2 = 2 \sqrt{\frac{x_{20}}{a_{max}}}$$

Application numérique : $t_2 \simeq 2,3 \text{ s}$.

Question 10 Donner l'expression de la loi des mailles liant les variables $\underline{V}$, $\underline{E}$, $\underline{I_s}$ et les paramètres R et L .

D'après la loi des mailles : $\underline{V} = R \cdot \underline{I_s} + j \cdot L \cdot \omega \cdot \underline{I_s} + \underline{E}$.

Question 11 Donner l'expression de la puissance électromagnétique P_{em} développée par la machine synchrone en fonction des variables E , I_s et ψ .

D'après le diagramme de Fresnel donné :

$$P_{em} = 3 \cdot E \cdot I_s \cdot \cos \psi$$

Question 12 Montrer que, dans ce cas, l'expression du couple électromagnétique C_{em} est de la même forme que sur une machine à courant continu. Déterminer la valeur de la constante de couple K en précisant l'unité.

Par équivalence : $P_{em} = 3 \cdot E \cdot I_s \cdot \cos \psi = C_{em} \cdot \Omega \Rightarrow C_{em} = \frac{3 \cdot E \cdot I_s}{\Omega} \cos \psi$

Soit E_{pp} la force électromotrice phase/phase. Alors : $E_{pp} = K_e \cdot \Omega$ avec $K_e = 0,54 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$.

Or, d'après le schéma équivalent pour une phase donné, E correspond à la force électromotrice phase/neutre. Le montage étant en étoile :

$$E_{pp} = \sqrt{3} \cdot E \Rightarrow E = \frac{E_{pp}}{\sqrt{3}} = \frac{K_e}{\sqrt{3}} \Omega$$

D'où $C_{em} = \frac{3 \cdot K_e}{\sqrt{3}} I_s \cos \psi$. Or $\psi = 0^\circ$ ou 180° alors $\cos \psi = \pm 1$ soit :

$$|C_{em}| = \frac{3 \cdot K_e}{\sqrt{3}} I_s \Rightarrow |C_{em}| = K \cdot I_s \text{ avec } K = \frac{3 \cdot K_e}{\sqrt{3}} \text{ en Wb}$$

On se retrouve donc bien avec la même forme que pour une machine à courant continu.

Application numérique: $K \simeq 0,94 \text{ Wb}$

Question 13 Déterminer la valeur de la tension du courant nominal de la machine à courant continu équivalente permettant d'obtenir le même couple nominal que la machine synchrone.

Soit $C = 3,93 \text{ N} \cdot \text{m}$ le couple à vitesse nominal. Pour que la machine à courant continu équivalente ait le même couple nominal on doit avoir :

$$C = K \cdot I \Rightarrow I = \frac{C}{K}$$

Application numérique: $I \simeq 4,4 \text{ A}$

Question 14 Calculer la valeur de la résistance d'induit r permettant d'obtenir les mêmes pertes joules que la machine synchrone.

Les pertes Joules de la chine synchrone valent $P_j = 3 \cdot R \cdot I_s^2 = r \cdot I^2 \Rightarrow r = \frac{3 \cdot I_s^2}{I^2} R$

Soit R_{pp} la résistance phase/phase mesurée. Le couplage des phases étant en étoile, on a alors

$$R_{pp} = 2R = 5,96 \Omega$$

Donc $r = \frac{3 \cdot I_s^2}{2 \cdot I^2} R_{pp}$

Application numérique: $r \simeq 8,1 \Omega$.

Question 15 Déterminer la valeur de la tension U_N de la machine à courant continu équivalente afin d'obtenir le point de fonctionnement nominal.

En valeur continue, par la loi des mailles :

$$U_N = r \cdot I + E$$

Or $E = K \cdot \omega_m = K \frac{2 \cdot \pi \cdot N_m}{60}$ avec $N_m = 3000 \text{ tr/min}$.

Soit $U_N = r \cdot I + \frac{2 \cdot \pi \cdot K}{60} \cdot N_m$

Application numérique: $U_N \simeq 305,2 \text{ V}$ en prenant l'intensité nominale calculée à la question 13.

I.4 - Validation du dimensionnement de l'axe X

Objectif : Valider le choix de la motorisation de l'axe X

Question 16 Justifier l'ordre de grandeur de la valeur numérique du courant de démarrage du moteur.

Graphiquement, on a un courant de démarrage d'environ 35 A. Cet ordre de grandeur est cohérent car si on considère le modèle causal à l'instant initial de l'échelon, on a pour $\omega(t) = 0$

$$i = \frac{u}{r}$$

Soit $i = 40 \text{ A}$.

Question 17 A partir du modèle causal proposé à la figure 12, déterminer l'expression de $\left. \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} \right|_{C_r=0}$ sous forme canonique.

Pour $C_r = 0$ et en supposant des conditions initiales nulles, on a en remontant le modèle causal :

$$\begin{aligned} \square \quad \Omega_m(p) &= \frac{K}{r \cdot J \cdot p} (U(p) - K \cdot \Omega_m(p)) \\ \Rightarrow \left(1 + \frac{K^2}{r \cdot J \cdot p} \right) \Omega_m(p) &= \frac{K}{r \cdot J \cdot p} U(p) \\ \Rightarrow \Omega_m(p) &= \frac{K}{K^2 + r \cdot J \cdot p} U(p) \end{aligned}$$

Donc

$$\left. \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} \right|_{C_r=0} = \frac{\frac{1}{K}}{1 + \frac{J \cdot r}{K^2} p}$$

Question 18 A partir de la figure 13, retrouver la valeur de l'inertie J qui a été renseignée dans les modèles et comparer cette valeur à celle du constructeur qui figure dans le tableau 2.

D'après la question précédente, la fonction de transfert du moteur est du premier ordre de la forme :

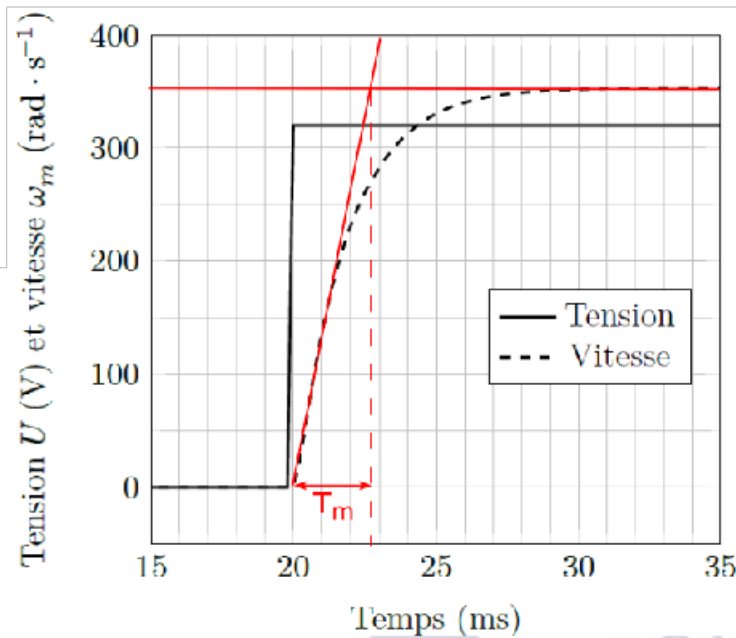
$$\left. \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} \right|_{C_r=0} = \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}$$

$$\text{Avec } \tau_m = \frac{K^2}{rJ} \Rightarrow J = \frac{K^2}{r} \tau_m$$

Par la méthode de la tangente à l'origine sur la figure 13, on trouve $\tau_m \simeq 22,7 \text{ ms}$. Soit

$$J \simeq 2,3 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 > I_{11}$$

Cette valeur est cohérente car on retrouve la valeur de l'inertie du rotor 11.



Question 19 Exprimer littéralement l'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble E des pièces en mouvement par rapport au référentiel galiléen 0 sous la forme $E_c(E/0) = \frac{1}{2} J_{1eq} \omega_{11}(t)^2$ où J_{1eq} sera exprimée en fonction des masses et inerties qui apparaissent dans le tableau 2 ainsi que des paramètres ρ_1 et ρ_x .

On pose $\Sigma = \{10, 13, 30, 31, 20\}$. On isole l'ensemble $E = \{\Sigma + 12 + 11\}$:

$$E_c(E/0) = E_c(\Sigma/0) + E_c(12/0) + E_c(11/0)$$

On ne prend pas en compte les poulies, galets et courroies car leurs masses et inerties sont négligées.

- L'ensemble Σ est en translation rectiligne de direction $\vec{X}$ soit :

$$E_c(\Sigma/0) = \frac{1}{2} m_{\Sigma} \cdot V_x^2$$

Avec $m_{\Sigma} = m_{10} + m_{20} + m_{13} + m_{30}$ et $V_x = \rho_x \omega_{11}$

Soit $E_c(\Sigma/0) = \frac{1}{2} (m_{10} + m_{20} + m_{13} + m_{30}) \cdot \rho_x^2 \cdot \omega_{11}^2$

- $E_c(12/0) = \frac{1}{2} m_{12} \bar{V}_{C \in 12/0}^{-2} + \frac{1}{2} I_{12} \bar{\Omega}_{12/0}^{-2}$ (axe $(C, \vec{Z})$ équilibré)

Par composition des vecteurs vitesses et taux de rotation :

$$\begin{aligned} \bar{\Omega}_{12/0} &= \bar{\Omega}_{12/10} + \bar{\Omega}_{10/0} = \omega_{12} \vec{Z} = \rho_1 \cdot \omega_{11} \vec{Z} \\ \bar{V}_{C \in 12/0} &= \bar{V}_{C \in 12/10} + \bar{V}_{C \in 10/0} = V_x \vec{X} = \rho_x \cdot \omega_{11} \vec{X} \end{aligned}$$

Alors $E_c(12/0) = \frac{1}{2} m_{12} \cdot V_x^2 + \frac{1}{2} I_{12} \cdot \omega_{12}^2 = \frac{1}{2} (m_{12} \cdot \rho_x^2 + I_{12} \cdot \rho_1^2) \cdot \omega_{11}^2$

- $E_c(11/0) = \frac{1}{2} m_{11} \bar{V}_{B \in 11/0}^{-2} + \frac{1}{2} I_{11} \bar{\Omega}_{11/0}^{-2}$

Par composition des vecteurs vitesses et taux de rotation :

$$\begin{aligned}\bar{\Omega}_{11/0} &= \bar{\Omega}_{11/10} + \bar{\Omega}_{10/0} = \omega_{11} \vec{Z} \\ \bar{V}_{B \in 11/0} &= \bar{V}_{B \in 11/10} + \bar{V}_{B \in 10/0} = V_x \vec{X} = \rho_x \omega_{11} \vec{X}\end{aligned}$$

$$\text{Soit } E_c(11/0) = \frac{1}{2} m_{11} \cdot V_x^2 + \frac{1}{2} I_{11} \cdot \omega_{11}^2 = \frac{1}{2} (m_{11} \cdot \rho_x^2 + I_{11}) \cdot \omega_{11}^2$$

$$\text{Alors } E_c(E/0) = \frac{1}{2} [(m_{10} + m_{11} + m_{12} + m_{13} + m_{20} + m_{30}) \cdot \rho_x^2 + I_{12} \cdot \rho_1^2 + I_{11}] \cdot \omega_{11}^2$$

$$\text{Donc on a bien } E_c(E/0) = \frac{1}{2} J_{1eq} \cdot \omega_{11}^2 \text{ avec } J_{1eq} = (m_{10} + m_{11} + m_{12} + m_{13} + m_{20} + m_{30}) \cdot \rho_x^2 + I_{12} \cdot \rho_1^2 + I_{11}$$

Question 20 Déterminer alors le couple C_m nécessaire à fournir par le moteur de l'axe X pour l'accélération maximale du diagramme des exigences et comparer cette valeur à celle fournie dans le tableau 3.

On isole E :

$$\text{BAME : } \{T_{mot \rightarrow 1}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_m \vec{Z} \end{array} \right\}_-$$

Puissances extérieures :

$$P_{mot \rightarrow 11/0} = \{V_{11/0}\} \otimes \{T_{mot \rightarrow 11}\} = \left\{ \begin{array}{c} \omega_{11} \vec{Z} \\ v_x \vec{X} \end{array} \right\}_B \otimes \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_m \vec{Z} \end{array} \right\}_- = C_m \cdot \omega_{11}$$

Les liaisons étant parfaites, les puissances des inter-efforts sont nulles

En appliquant le TEC :

$$\frac{dE_c(E/0)}{dt} = P_{mot \rightarrow 11/0} \Rightarrow J_{1eq} \cdot \dot{\omega}_{11} = C_m$$

$$\text{Or } \dot{\omega}_{11} = \frac{\dot{v}_x}{\rho_x} = \frac{a_{max}}{\rho_x}$$

Donc

$$C_m = \frac{J_{1eq}}{\rho_x} \cdot a_{max}$$

$$\text{Application numérique : } C_m \simeq 1,6 \text{ N} \cdot \text{m}$$

On a ainsi $C_m < 3,93 \text{ N} \cdot \text{m}$. Le moteur choisi est donc bon sans considérer les pertes, voir surdimensionné car on est deux fois plus faible que le couple nominal.

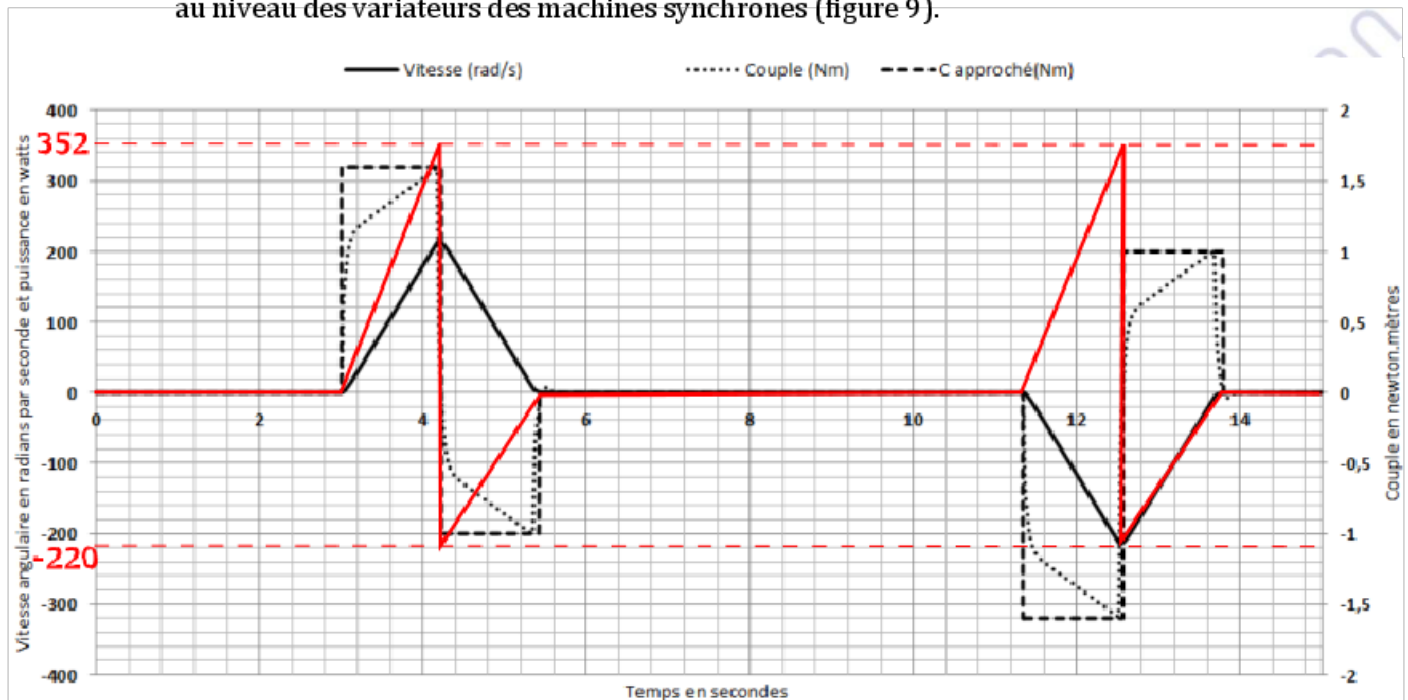
II - Validation des performances du robot

Objectif : Valider les choix du constructeur par rapport aux performances attendues

II.1 - Justification et dimensionnement des résistances de dissipation

Objectif : Vérifier la nécessité des résistances de dissipation et les dimensionner

Question 21 En assimilant le couple à sa valeur approchée, tracer sur la figure B du document réponse, l'allure de la puissance délivrée par le moteur. Dédire de ce relevé la nécessité d'un module de dissipation au niveau des variateurs des machines synchrones (figure 9).



Dans le cas des freinages, le moteur passe en génératrice (puissance négative). Il est donc nécessaire de dissiper cette puissance à l'aide d'un module de dissipation.

Question 22 En considérant que le cycle précédant se reproduise en permanence, estimer la puissance crête et la puissance moyenne que doit présenter la résistance de dissipation. Le constructeur du variateur préconise une résistance de 39Ω (référence R90W39R) de puissance nominale $90 W$ et de puissance crête de $3 kW$. Valider la référence préconisée.

D'après le tracé, la puissance crête vaut lors du freinage $P_{cr} \simeq 220 W$ (la puissance crête correspondant au maximum de puissance atteint lors de la phase de freinage).

Pour la puissance moyenne, au vu des allures de la puissance :

$$P_{moy} \simeq 293 \times \frac{1,2}{2} - 183 \times \frac{1,2}{2} = (293 - 183) \times 0,6$$

Donc $P_{moy} \simeq 66 W$

On a alors $3 kW > 220 W$ et $90 W > 66 W$. Donc la résistance préconisée conviendra. D'autant plus que les frottements et autres pertes iront dans le même sens de dissipation.

II.2 - Réglage des asservissements de position

Objectif : Régler les correcteurs des variateurs afin de valider les performances de positionnement

Question 23 Identifier les différentes boucles présentes dans la structure de la figure 16. Déterminer sur quelle grandeur mécanique agit sur le bloc de limitation de courant.

On a trois boucles :

- une boucle de courant ;
- une boucle de vitesse ;
- une boucle de position.

Le bloc de limitation de courant va agir sur le couple en sortie du moteur.

Question 24 Justifier le fait que les deux relevés ne présentent pas la même allure. Préciser le nom de l'élément du schéma-bloc de la figure 16 qui intervient.

Le deuxième relevé présente une allure non-linéaire (saturation) par rapport au premier relevé dont l'allure semble linéaire.

Cette non-linéarité est due au bloc de limitation du courant qui induit cette saturation.

Question 25 Identifier les paramètres K et τ du modèle du premier ordre de la boucle de vitesse tels que

$$H(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{K}{1 + \tau p}$$

D'après le premier relevé de la figure 17, on a à régime permanent pour une consigne $N_c = 300 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$:

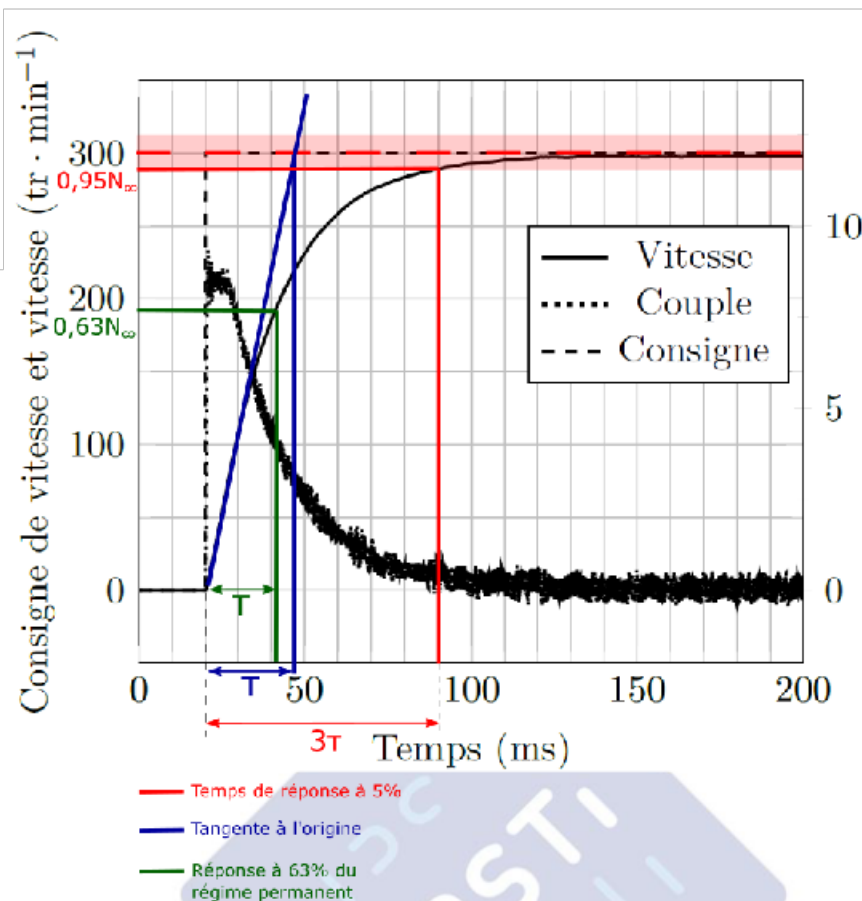
$$N_{m,\infty} = 300 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$$

On a donc $K = \frac{N_{m,\infty}}{N_c} = \frac{\omega_{m,\infty}}{\omega_c} = 1$.

A l'aide de 3 méthodes, on peut identifier la constante de temps τ :

- à l'aide du temps de réponse à 5% : $t_{5\%} \simeq 70 \text{ ms} \Rightarrow \tau = \frac{t_{5\%}}{3} \simeq 23,3 \text{ ms}$;
- à l'aide de la tangente à l'origine : $\tau \simeq 26,6 \text{ ms}$;
- sur la réponse à 63% de celle en régime permanent : $\tau \simeq 20 \text{ ms}$.

En prenant la moyenne : $\tau \simeq 23,3 \text{ ms}$



Question 26 Déterminer la valeur de K_{cod} en $points \cdot rad^{-1}$ puis celle de l'adaptateur de consigne A en $points \cdot m^{-1}$.

D'après le tableau 3, le codeur délivre 10 000 points par tour soit :

$$K_{cod} = \frac{10000}{2\pi} \simeq 1592 \text{ points} \cdot rad^{-1}$$

Pour assurer un bon asservissement, on doit avoir un écart $\varepsilon(p) = X_c(p) - X(p) = 0$ lorsque $X_c(p) = X(p)$ soit

$$\begin{aligned} \square \quad \varepsilon(p) &= A \cdot X_c(p) - K_{cod} \cdot \frac{X(p)}{\rho_x} = 0 \text{ pour } X_c(p) = X(p) \\ \Rightarrow \quad A &= \frac{K_{cod}}{\rho_x} \end{aligned}$$

Application numérique : $A \simeq 1,6 \times 10^5 \text{ points} \cdot m^{-1}$

Question 27 Déterminer la résolution du codeur incrémental et vérifier qu'elle est compatible avec les exigences de précision du tableau des exigences (figure 2).

La résolution du codeur vaut

$$\Delta\theta = \frac{1}{K_{cod}} \Rightarrow \boxed{\Delta\theta \simeq 6,3 \times 10^{-4} \text{ rad}}$$

Ce codeur permettra donc de voir un déplacement :

$$\Delta x = \rho_x \cdot \Delta\theta$$

Soit $\boxed{\Delta x \simeq 6,3 \mu\text{m} < 0,5 \text{ mm}}$. Cette résolution est donc bien compatible avec les exigences de précision demandée.

Question 28 Déterminer l'expression littérale de la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO(p)$.

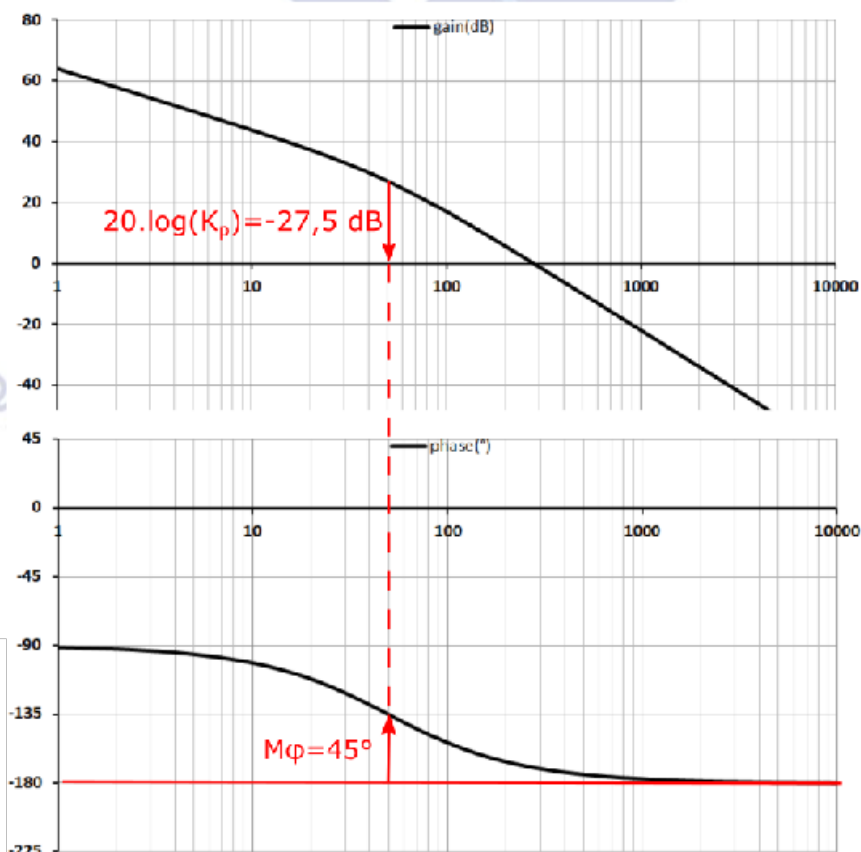
D'après le schéma-bloc : $FTBO(p) = C(p) \cdot H(p) \cdot \frac{1}{p} \cdot K_{cod}$

Donc

$$\boxed{FTBO(p) = \frac{K_p \cdot K_{cod}}{p \cdot (1 + \tau \cdot p)}}$$

Question 29 Déterminer la valeur de K_p permettant de satisfaire à l'exigence de marge de phase.

Le tableau des exigences exige une marge de phase $M\varphi \geq 45^\circ$. Pour respecter cette exigence, on va se placer à la marge limite c'est-à-dire $M\varphi = 45^\circ$.



Pour garantir une marge de phase de 45° , il faut donc d'après la figure C, baisser la courbe de gain de $27,5 \text{ dB}$ soit :

$$20 \cdot \log K_p \simeq -27,5 \Rightarrow K_p \simeq 10^{-\frac{27,5}{20}} \simeq 4,2 \times 10^{-2}$$

Remarque : la valeur donnée pour K_1 correspond à un réglage de $M\phi$ à 90° .

Question 30 Déterminer l'erreur en régime permanent (erreur de traînage) $\Delta x_v = \lim_{t \rightarrow \infty} \mu(t)$ en fonction de K_1 lorsque l'entrée de consigne de position est une rampe de pente V_x constante. Il est rappelé la transformée de Laplace :

$$x_c(t) = V_x t \xrightarrow{\mathcal{L}} X_c(p) = \frac{V_x}{p^2}$$

Par le théorème de la valeur finale :

$$\begin{aligned} \Delta x_v &= \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \mu(p) \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot (X_c(p) - X(p)) \end{aligned}$$

Or $X(p) = FTBF(p) \cdot X_c(p)$ avec

$$\begin{aligned} FTBF(p) &= \frac{\frac{K_1}{p \cdot (1 + \tau \cdot p)}}{1 + \frac{K_1}{p \cdot (1 + \tau \cdot p)}} \\ &= \frac{K_1}{K_1 + p + \tau \cdot p^2} \end{aligned}$$

Soit

$$\begin{aligned} \Delta x_v &= \lim_{p \rightarrow 0} (1 - FTBF(p)) \cdot \frac{V_x}{p} \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1 + \tau \cdot p}{K_1 + p + \tau \cdot p^2} \cdot V_x \end{aligned}$$

Donc

$$\Delta x_v = \frac{V_x}{K_1}$$

Question 31 Conclure sur la capacité du système à suivre les lois d'évolution des consignes de position en translation vis-à-vis des exigences du tableau de la figure 2.

On a d'après la question précédente $\Delta x_v \simeq 36 \text{ mm} < 50 \text{ mm}$.

Ainsi, le système est capable de suivre les lois d'évolution de position en translation, en prenant en compte les exigences du tableau de la figure 2.

Sur l'erreur statique, cette dernière sera nulle car la $FTBO(p)$ est de classe 1. Ces résultats respectent l'exigence de précision sur l'erreur pour une consigne en échelon.

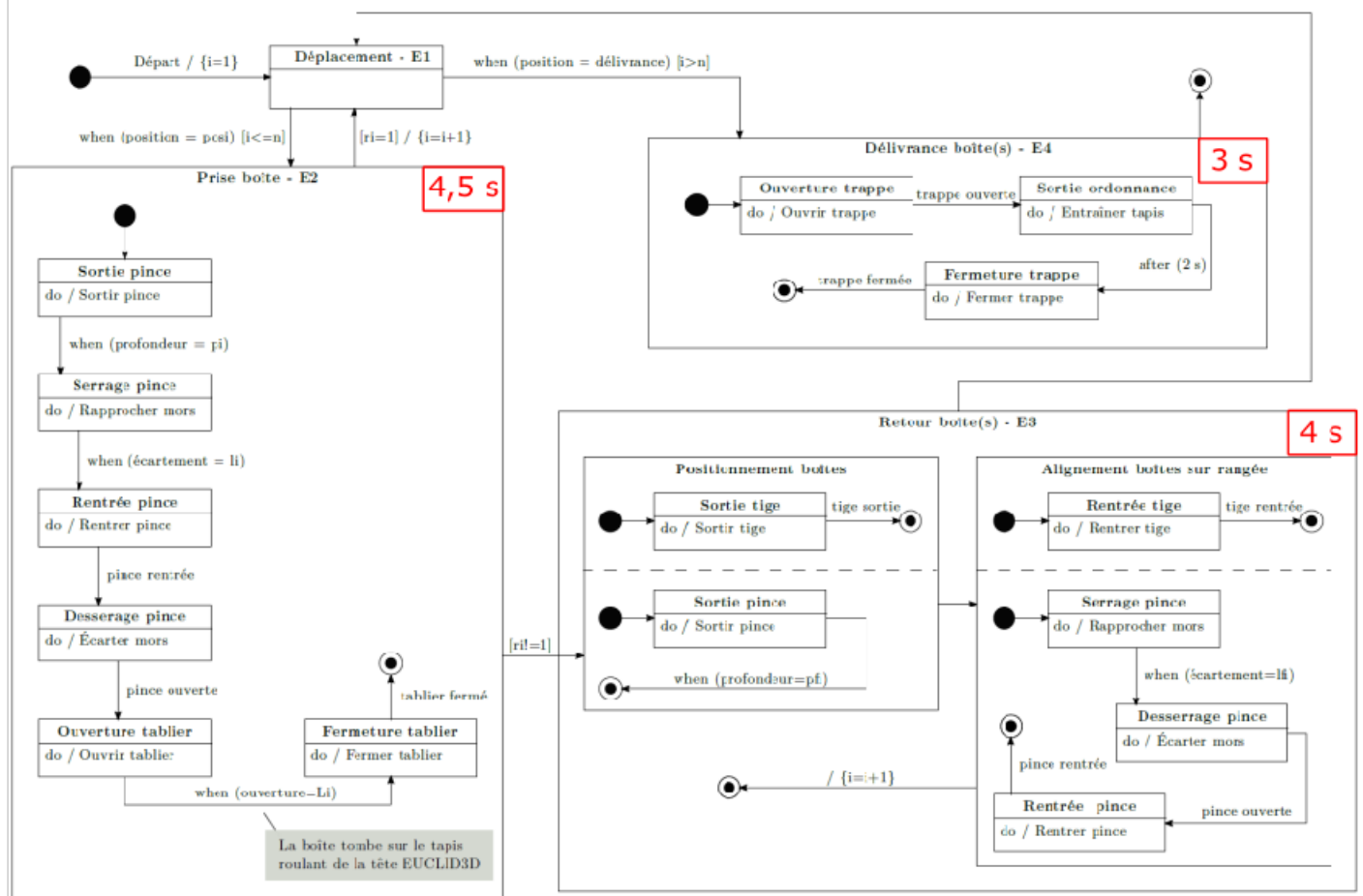
II.3 - Validation du choix de la tête EUCLID3D

Objectif : Valider l'intérêt de l'option tête EUCLID3D par rapport à la tête SLIM dans le cadre de la problématique d'optimisation du temps de délivrance d'une ordonnance et de l'énergie consommée.

Question 32 A l'aide des durées indiquées dans le tableau 6, déterminer les durées des états E2, E3 et E4 (indiquer ces durées sur le graphe d'états de la figure D du document réponse).

Choix de calcul :

- état E3 : pour les états composites « Positionnement boîtes » et « Alignement boîtes sur rangée », on prend le temps le plus long ;
- état E4 : pour l'entraînement du tapis, la durée n'étant pas indiquée on prend un temps nul.



Question 33 A l'aide du tableau 7 et du graphe d'états de la tête EUCLID3D, compléter le tableau de la figure D du document réponse.

Etat	E1	E2	E3	E1	E2	E1	E2	E1	E4
position	délivrance → pos1	pos1	pos1	pos1 → pos2	pos2	pos2 → pos3	pos3	pos3 → délivrance	délivrance
i	1	1	1	2	2	3	3	4	4
Durée (s)	2	4,5	4	1,4	4,5	2,5	4,5	2	3

Question 34 Déterminer le temps de délivrance de l'ordonnance avec la tête EUCLID3D et en déduire le gain de temps obtenu par rapport à la tête SLIM.

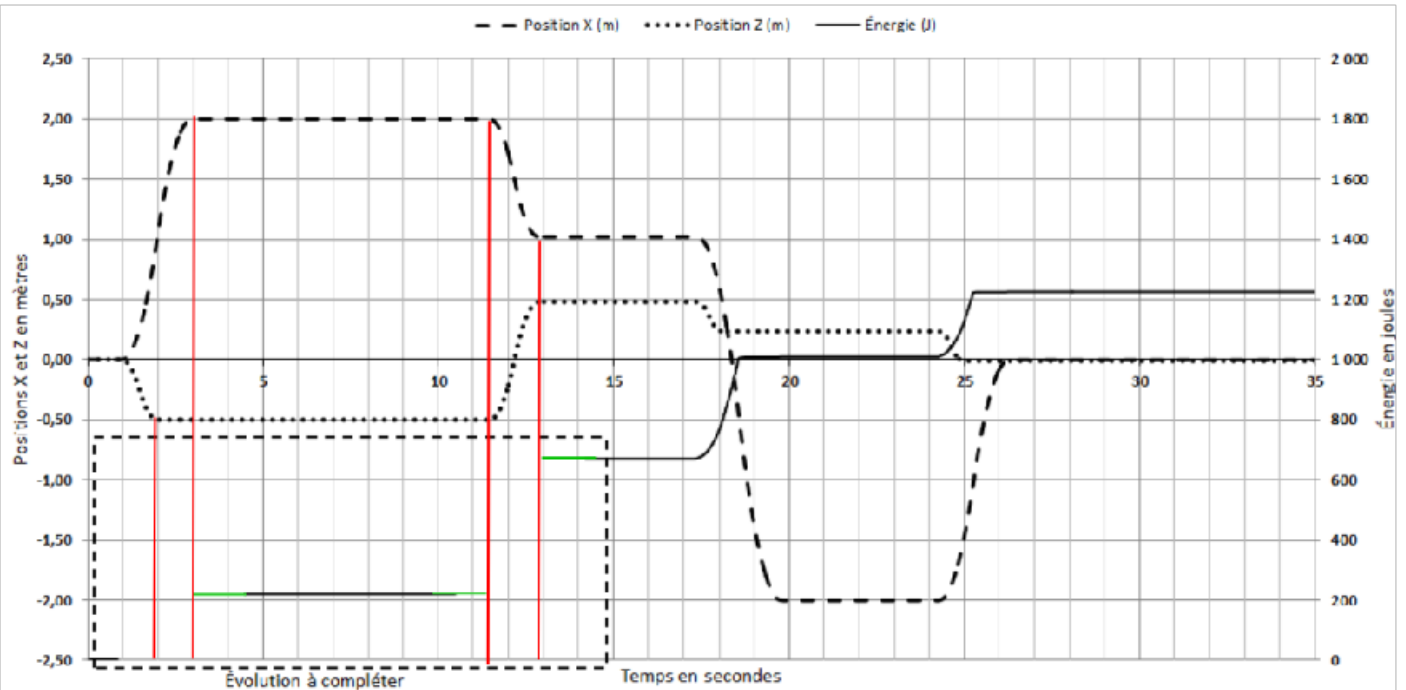
Soit pour la tête EUCLID3D un temps de délivrance :

$$\Delta t_{\text{délivrance}} = 2 + 4,5 + 4 + 1,4 + 4,5 + 2,5 + 4,5 + 2 + 3 \Rightarrow \Delta t_{\text{délivrance}} = 28,4 \text{ s}$$

Soit un gain de temps de $34,8 - 28,4 = 6,4 \text{ s}$ par rapport à la tête SLIM.

Question 35 Justifier le fait que l'énergie soit toujours croissante dans les deux simulations. Compléter l'évolution de l'énergie entre les instants $t = 1 \text{ s}$ et $t = 14 \text{ s}$ sur la figure E du document réponse en matérialisant par des traits verticaux dans les zones à compléter, les instants de début et de fin des phases à énergie constante.

Il faut de l'énergie pour mettre en mouvement le robot que ce soit pour avancer et reculer selon l'axe X et selon l'axe Z, sachant qu'il n'y a pas de recharge ou de récupération d'énergie lors des décélérations.



Question 36 Déterminer le gain énergétique obtenu par rapport à l'utilisation d'une tête SLIM.

A la fin de la simulation pour la tête EUCLID3D, le robot a consommé environ 1300 J, contre environ 1943 J pour la tête SLIM.

L'utilisation de la tête EUCLID3D permet donc un gain énergétique de **643 J** par rapport à la tête SLIM.

III - Validation de la structure de correction de l'axe Thêta

Objectif : Analyser l'influence du mouvement de l'axe Thêta sur les performances du système.

III.1 - Analyse du mouvement de l'axe Thêta

Objectif : Interpréter les mesures effectuées sur l'axe Thêta

Question 37 Justifier l'amplitude du mouvement de l'axe Thêta et vérifier que les exigences cinématiques sont satisfaites selon cet axe.

L'amplitude du mouvement de l'axe Thêta est d'environ de π radians, soit une rotation de 180° . Cette amplitude observée est cohérente car les magasins A et B sont face-à-face d'après la figure 1.

Sur les courbes, on trouve une vitesse maximale de l'axe Thêta d'environ $1,75 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ soit environ **$100^\circ \cdot \text{s}^{-1}$** . Ce qui respecte donc l'exigence de vitesse maximale selon cet axe.

Pour l'accélération angulaire, en approximant une montée de vitesse linéaire, on obtient une accélération d'environ $\frac{1,75}{0,25} = 7 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$ soit **$401^\circ \cdot \text{s}^{-2}$** . Cette accélération respecte aussi les exigences cinématiques.

III.2 - Modèle causal couplé des axes X et Thêta

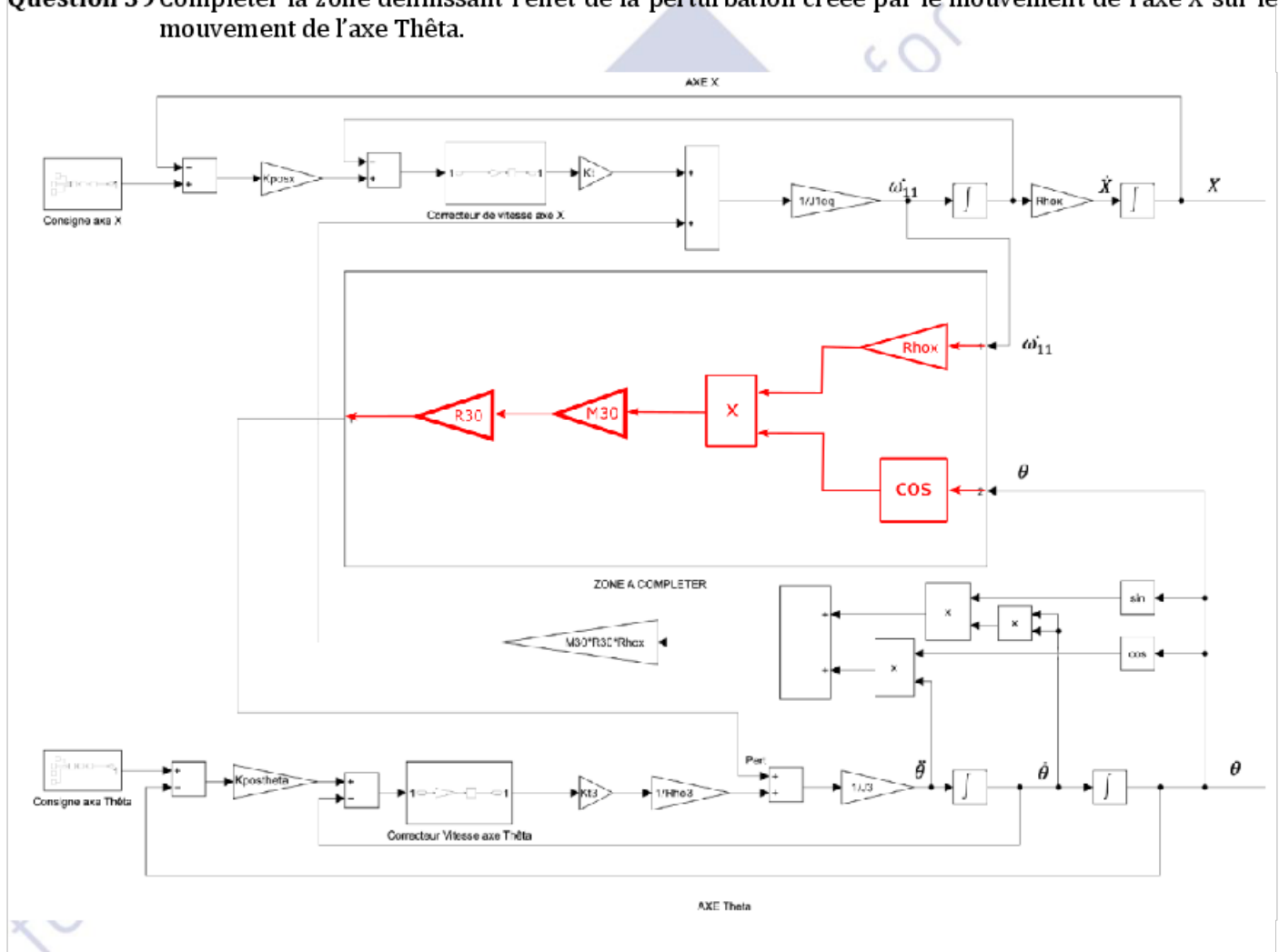
Objectif : Mettre en évidence le couplage entre les axes X et Thêta

Question 38 A partir du schéma cinématique de la figure A du document réponse, énoncer le théorème utilisé (résultante ou moment en un point, appliqué à quel(s) solide(s), en projection selon quel axe) pour obtenir l'équation (III.1).

Pour obtenir l'équation (III.1), on isole le solide 30 et on applique le théorème du moment dynamique en F et projeté selon $\vec{Z}$.

Remarque : Pour obtenir l'équation (III.2), on isole l'ensemble de solides {10, 11, 12, 13, 20, 30, 31} et on applique le théorème de l'énergie cinétique.

Question 39 Compléter la zone définissant l'effet de la perturbation créée par le mouvement de l'axe X sur le mouvement de l'axe Thêta.



III.3 - Synthèse

Question 40 Conclure quant à l'influence du couplage entre les deux axes sur les performances du robot Sintesi pour satisfaire les exigences de positionnement de l'axe Thêta et proposer une solution permettant de limiter la valeur de R_{30} lors de la conception.

Du fait du couplage, on ne respecte l'exigence de dépassement minimal de 1° sur l'axe Thêta pour $R_{30} = 20 \text{ cm}$. Ce couplage a donc une influence non-négligeable sur les performances du robot Sintesi.

Pour limiter la valeur de R_{30} lors de la conception, il serait possible de modifier la répartition de masse du bâti pour positionner le centre d'inertie G_{30} le plus proche possible de l'axe Thêta, ou de prévoir un emplacement pour des masselottes marquées afin de contrôler la position de G_{30} dans le cas de maintenances.

