

L'inverseur de poussée eTras

Corrigé UPSTI

I - Présentation

II - Mise en situation du système étudié avec comparaison aux autres systèmes de freinage

Objectif : Evaluer la pertinence de l'inverseur de poussée dans la phase de freinage d'un avion de ligne sur piste mouillée ou glacée.

Question 1 À partir des données du problème, **déterminer** une expression de la décélération, notée a , en fonction des grandeurs du problème. **Indiquer** l'isolement réalisé et la méthode utilisée.

Isolement : l'avion A380 et ses 22 roues

Théorème appliqué : Théorème de la Résultante Dynamique selon $\vec{x}$ et $\vec{y}$.

BAME :

- Poids de l'avion : $\vec{P} = -M \cdot g \cdot \vec{y}$
- Force aérodynamique : $\vec{F}_a = -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot C_x \cdot v^2 \cdot \vec{x}$
- Réaction du sol (en supposant que le poids est uniformément réparti) : $\vec{R} = 22 \cdot (N_i \cdot \vec{y} + T_i \cdot \vec{x})$

On a donc :

- Selon $\vec{x}$: $-\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot C_x \cdot v^2 + 22 \cdot T_i = M \cdot a$
- Selon $\vec{y}$: $-M \cdot g + 22 \cdot N_i = 0$

Or d'après les lois de Coulomb à limite du glissement : $T_i = -f \cdot N_i$

On a donc : $-\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot C_x \cdot v^2 - M \cdot g \cdot f = M \cdot a$

Soit : $a = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\rho \cdot S \cdot C_x}{M} \cdot v^2 - g \cdot f$

Question 2 En utilisant le théorème de l'énergie cinétique sous forme intégrée entre l'instant initial et l'instant final (arrêt de l'avion) noté T , **montrer** que la variation d'énergie cinétique est égale à la somme de deux termes, le travail des actions de frottement noté W_f et le travail des actions aérodynamiques noté W_a dont on donnera les expressions intégrales sans les calculer ou les simplifier. **Calculer** numériquement l'énergie cinétique totale à dissiper au cours de l'atterrissage.

D'après le théorème de l'énergie cinétique appliqué à l'avion et ses 22 roues sous forme intégrée : $\Delta E_c = W_a + W_f + W_p$

Avec :

- $W_p = 0$ car la vitesse est perpendiculaire au poids.
- $W_f = \int -M \cdot f \cdot g \cdot v(t) \cdot dt$
- $W_a = \int -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot C_x \cdot v(t)^3 dt$

Par définition : $\Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot M \cdot V_a^2$; L'énergie à dissiper vaut donc $\Delta E_c = 1 \text{ GJ}$

Question 3 Compléter les lignes 13, 14, 15, 18 du programme donné sur le cahier réponse en utilisant une méthode d'Euler explicite pour calculer la vitesse (v), la position (x) et l'énergie (Wa).

Ligne 13 : `while v > 0 :`

Ligne 14 : `v = FI(v) * pas + v`

Ligne 15 : `x.append(x[-1] + v * pas)`

Ligne 18 : `Wa.append(Wa[-1] + A1 * M * v ** 3 * pas)`

Question 4 Justifier l'allure de la courbe $W_f(x)$.

On observe que W_f est une droite linéaire. Elle passe par 0 car il n'y a pas de forces de frottement avant que les roues de l'avion touchent le sol, leur travail est donc nul. Elle est linéaire car elle ne dépend pas de la vitesse (les forces sont constantes sur le trajet).

Question 5 Comparer la première Figure (6.a) (sans inverseur de poussée sur piste sèche) avec la courbe des travaux de la Figure (5) (allure, valeur finale). **Donner** approximativement les distances d'arrêt sur piste sèche et glacée et **commenter** les valeurs obtenues par rapport au cahier des charges.

On observe que les courbes sont des droites, ce qui valide l'expression de W_f mais remet en cause le modèle pour W_a . On suppose que le critère de distance d'arrêt est validé si elle est inférieure à $\frac{2.2700}{3} = 1800 \text{ m}$.

	Sans inverseur		Avec inverseur	
	Distance d'arrêt	Validation	Distance d'arrêt	Validation
Piste sèche	800 m	OK	750 m	OK
Piste glacée	3900 m	Non OK	1100 m	OK

Question 6 Quantifier l'effet de la présence des inverseurs de poussée sur l'arrêt d'un avion et **justifier** l'intérêt d'avoir ce dispositif pour une compagnie aérienne.

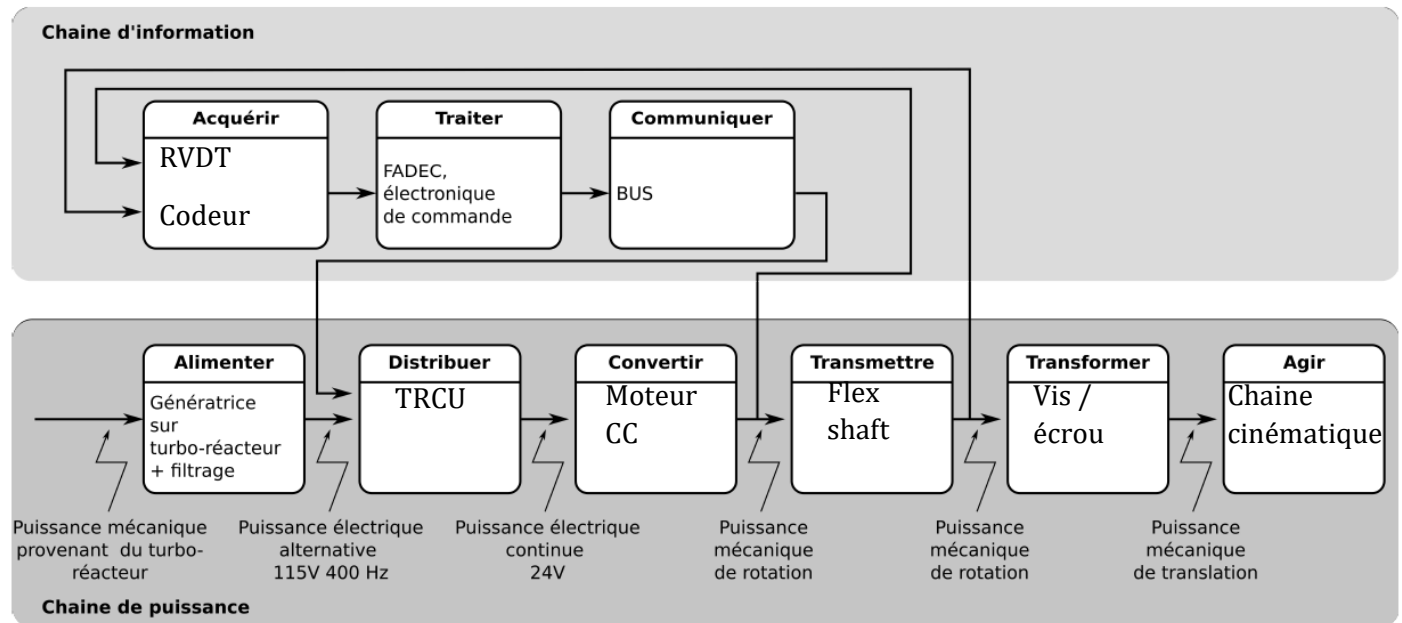
On détermine le gain en pourcentage sur la distance d'arrêt.

	Influence de l'inverseur de poussée
Piste sèche	6.2%
Piste glacée	77%

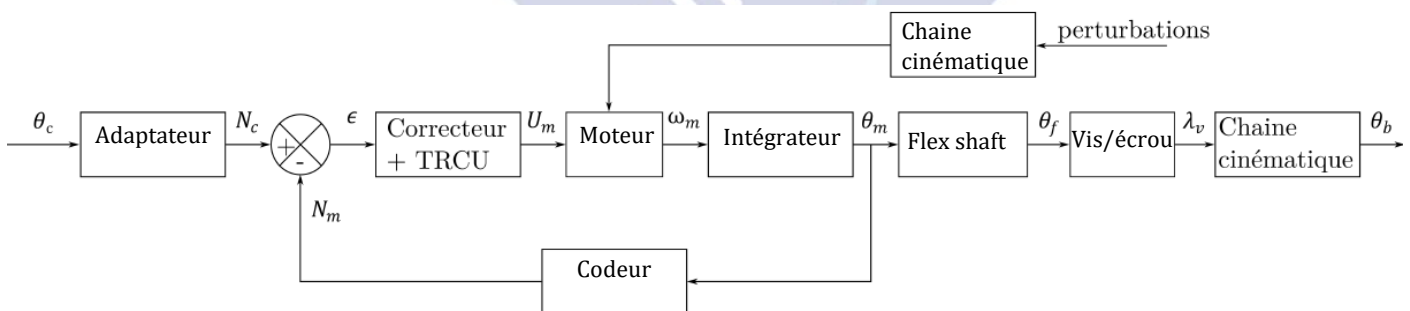
Intérêt : Gain de 77% et respect du cahier des charges. L'implantation de cette solution sur les réacteurs permet de limiter l'usage des freins et donc diminue les coût d'entretien.

III - Analyse de la chaîne structurelle de l'eTras

Question 7 A partir de la description de la chaîne structurelle de l'eTras®, **compléter** la chaîne de puissance et d'information du cahier réponse.



Question 8 A partir de la description de la modélisation de la chaîne d'asservissement, **compléter** le schéma-bloc fonctionnel du cahier réponse.

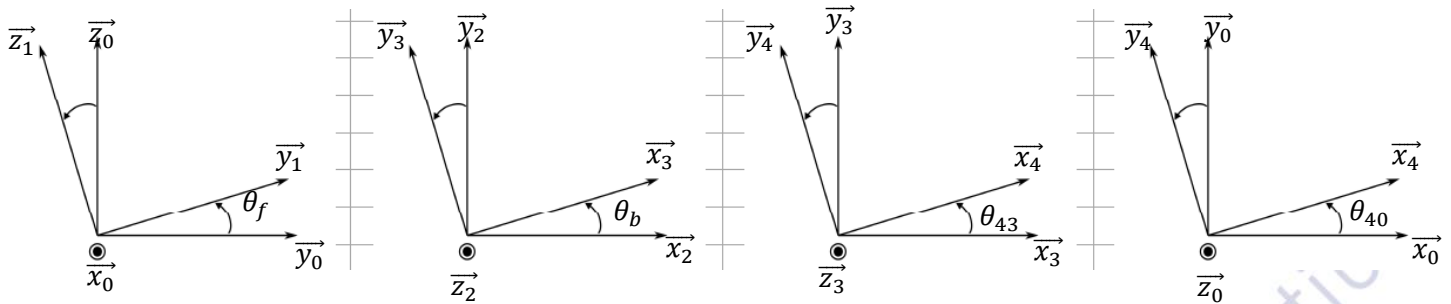


IV - Modélisation du comportement du système en aval des flex-shafts

IV.1 - Modélisation cinématique de l'ouverture de la nacelle

Objectif : Evaluer la pertinence de l'inverseur de poussée dans la phase de freinage d'un avion de ligne sur piste mouillée ou glacée. Caractériser la relation entre l'ouverture de la partie mobile de la nacelle et la rotation des volets puis déduire un modèle de comportement linéaire de cet ensemble par régression linéaire.

Question 9 Compléter les figures de changement de bases associées au paramétrage précédent.



Question 10 Déterminer l'expression de la variable de translation $\lambda(t)$ de la partie mobile de la nacelle (2) en fonction de l'angle de rotation $\theta_b(t)$ ainsi que des grandeurs géométriques constantes du système.

Par fermeture géométrique, on a : $\overrightarrow{O_1O_2} + \overrightarrow{O_2O_3} + \overrightarrow{O_3O_4} + \overrightarrow{O_4O_1} = \vec{0}$

Soit : $\lambda(t)\vec{x}_0 + L_3\vec{x}_3 + L_4\vec{y}_4 - L\vec{x}_0 - H\vec{y}_0 = \vec{0}$

En projetant :

- Selon $\vec{x}_0$: $\lambda(t) + L_3 \cos(\theta_b) - L = L_4 \sin(\theta_{40})$
- Selon $\vec{y}_0$: $L_3 \sin(\theta_b) - H = -L_4 \cos(\theta_{40})$

On a donc : $L_4^2 = (\lambda(t) + L_3 \cos(\theta_b) - L)^2 + (L_3 \sin(\theta_b) - H)^2$

Enfin : $\lambda(t) = -L_3 \cos(\theta_b) + L + \sqrt{L_4^2 - (L_3 \sin(\theta_b) - H)^2}$

Question 11 À partir de la Figure 9, **déterminer** la course C de la partie mobile de la nacelle correspondant à l'évolution angulaire des volets puis **comparer** la valeur trouvée à la valeur du cahier des charges.

Entre 5° et 85° , on a : $C = 780 - 240 = 540 \text{ mm}$. On veut une ouverture de 500 mm minimum. On en déduit donc que le cahier des charges est respecté.

Question 12 Justifier l'intérêt d'utiliser une régression linéaire univariée plutôt qu'une linéarisation autour d'un point de fonctionnement pour simplifier le modèle. **Critiquer** ce choix sur la plage de variation de $\theta_b \in [5^\circ, 30^\circ]$. En se basant sur l'exemple présenté dans l'annexe "Bibliothèque Scikit-Learn Python", **compléter** le code Python du cahier réponse afin d'obtenir les paramètres d'optimisation du modèle de régression linéaire permettant de tracer la droite.

Une linéarisation n'est valide qu'au voisinage d'une certaine valeur de θ_b . Dans notre cas, cet angle varie entre 5° et 85° . Il est donc impossible de linéariser la relation.

Sur $[0^\circ, 30^\circ]$, on observe d'après la figure 11.b que $\frac{d\lambda}{d\theta}$ n'est pas constant, l'erreur commise sera donc importante.

Ligne 22 : `model_linReg.fit(X_train, Y)`

Ligne 24 : `a = model_linReg.coef_`

Ligne 25 : `b = model_linReg.intercept_`

Question 13 Déterminer la fonction de transfert $K_{cc} = \omega_b V_{20}$ associée à la chaîne cinématique à partir du résultat de l'algorithme d'apprentissage supervisé présenté sur la Figure 11.

Par définition, on a $\omega_b = \frac{d\theta_b}{dt}$ et $v_{20} = \frac{d\lambda}{dt}$.

Dans le domaine de Laplace, on a donc $\Omega_b(p) = p \cdot \theta_b(p)$ et $V_{20}(p) = p \cdot \lambda(p)$.

On en déduit $K_{cc} = \frac{\Omega_b(p)}{V_{20}(p)} = \frac{\theta_b(p)}{\lambda(p)}$ soit $K_{cc} = \frac{85-5}{800-300} = 0.16^\circ/m$.

Question 14 À partir des données fournies et des réponses aux questions précédentes, **déterminer** l'expression du temps d'ouverture de la nacelle. **Donner** l'application numérique et **conclure** vis-à-vis du cahier des charges. On considèrera pour cette question que le moteur tourne à vitesse constante $N = N_m$.

Par définition de la loi entrée sortie de la liaison hélicoïdale en supposant que le flex-shaft est homocinétique ($\omega_f = \omega_m$), on a $\frac{d\lambda}{dt} = \frac{N_m \cdot pas}{60}$.

En intégrant, on a $\lambda = \frac{N_m \cdot pas \cdot t}{60}$.

Or on veut une course de 530 mm, donc $t_{ouverture} = \frac{60 \cdot \lambda_{course}}{N_m \cdot pas}$.

On a donc un temps d'ouverture de 2s.

On constate que le temps d'ouverture est inférieur à l'exigence du cahier des charges (3s). On en déduit que ce dernier est respecté.

IV.2 - Modélisation du couple sur le flex-shaft dû à l'action de la contre-poussée

Objectif : Valider les performances mécaniques du moteur utilisé pour l'ouverture de la nacelle en phase de contre-poussée.

IV.2.a - Hypothèses et données

IV.2.b - Détermination des actions mécaniques du flux secondaire sur le volet

Question 15 Déterminer le torseur des actions mécaniques de l'air sur un volet $T_{air \rightarrow 3}$ au point O2 exprimé dans la base B3.

On a par définition $\{d\tau_{air \rightarrow 3}\} = \begin{Bmatrix} -p_S \cdot \vec{y}_3 \cdot dS \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_M$

En appliquant la formule de Varignon, on a $\{d\tau_{air \rightarrow 3}\} = \begin{Bmatrix} -p_S \cdot \vec{y}_3 \cdot dS \\ p_S \cdot z \cdot \vec{x}_3 dS - p_S \cdot x \cdot \vec{z}_3 dS \end{Bmatrix}_O$.

En observant les symétries de chargement, on peut dire que $\overrightarrow{M_{O,air \rightarrow 3}} \cdot \vec{x}_3 = 0$.

On calcule alors les termes restants. On a alors :

$$\begin{cases} \overrightarrow{M_{O,air \rightarrow 3}} \cdot \vec{z}_3 = - \int_0^L \int_{-b/2}^{b/2} p_S \cdot x \cdot dx dz \\ \overrightarrow{R_{air \rightarrow 3}} \cdot \vec{y}_3 = \int_0^L \int_{-b/2}^{b/2} -p_S \cdot dx dz \end{cases}$$

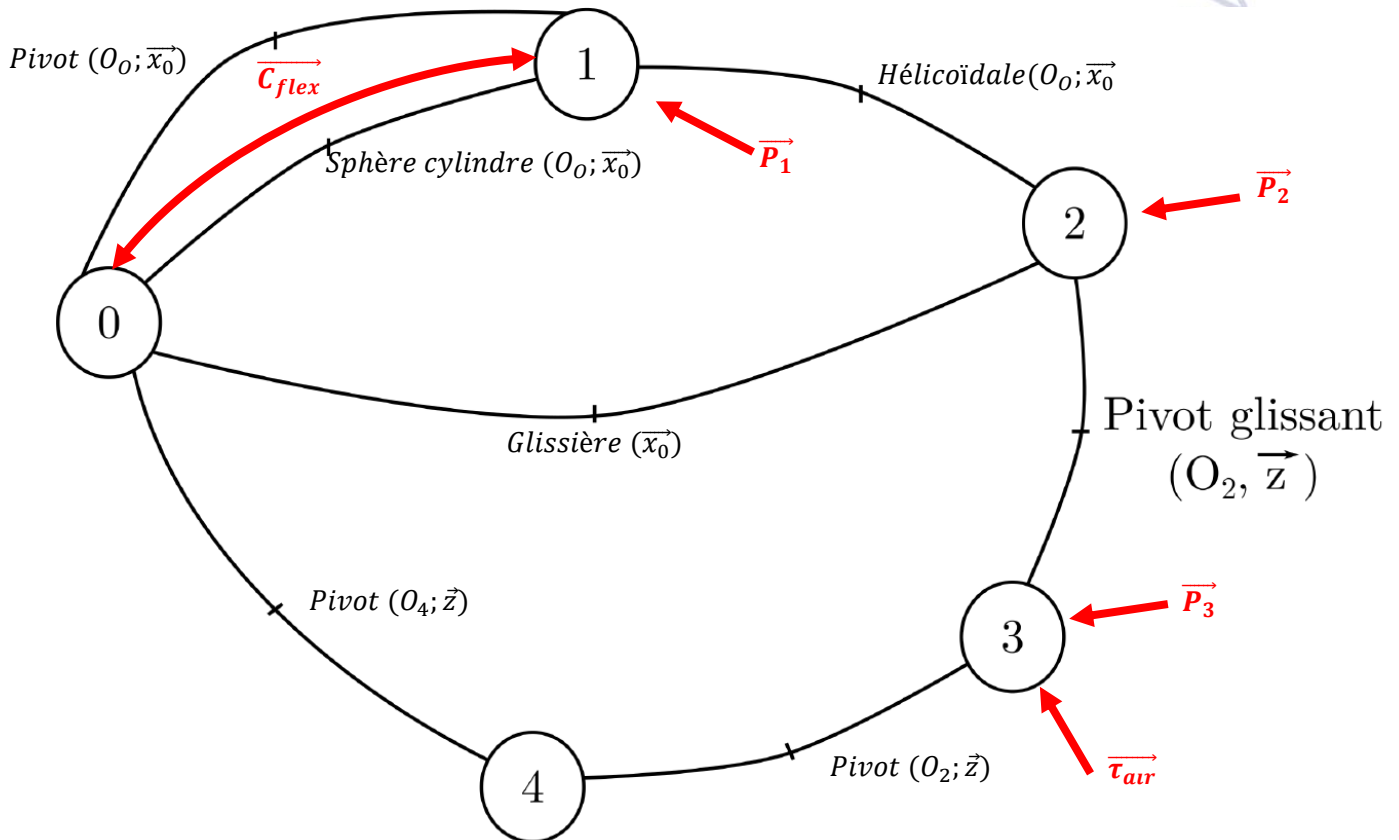
On en déduit :

$$\begin{cases} \overrightarrow{M_{O,air \rightarrow 3}} \cdot \vec{z}_3 = -\frac{p_S \cdot L_3^2 \cdot b}{2} \\ \overrightarrow{R_{air \rightarrow 3}} \cdot \vec{y}_3 = -p_S \cdot L_3 \cdot b \end{cases}$$

Soit : $\{\tau_{air \rightarrow 3}\} = \left\{ \begin{matrix} -p_S \cdot L_3 \cdot b \cdot \vec{y}_3 \\ -\frac{p_S \cdot L_3^2 \cdot b}{2} \vec{z}_3 \end{matrix} \right\}_O$

IV.2.c - Détermination du couple de torsion au niveau d'un flex-shaft

Question 16 Compléter le graphe de structure représentant le mécanisme d'ouverture de la nacelle donné sur le cahier réponse. **Faire apparaître** les liaisons manquantes ainsi que les actions mécaniques autres que celles transmissibles par les liaisons.



Question 17 Justifier la forme des matrices d'inertie $I(O_0, 1)$ et $I(G_3, 3)$.

Les solides 1 et 3 admettent trois plans de symétrie. Les matrices d'inertie sont donc diagonales. De plus, le solide 1 possède un axe de symétrie. On aura donc $C_1 = B_1$. Le solide 1 étant en rotation autour de l'axe $(O_0, \vec{x}_0)$, sa matrice d'inertie s'exprime simplement en O_0 . Le champ d'accélération étant uniforme sur le solide 3, le centre de gravité et le centre de masse sont confondus. Ainsi, sa matrice d'inertie admet une écriture simplifiée en G_3 .

Question 18 Déterminer l'inertie équivalente, notée J_{eq} , de l'ensemble $\{1, 2, 3, 4\}$ en mouvement par rapport à 0 ramenée au niveau de l'axe de rotation de la pièce 1. **Mettre** cette inertie équivalente sous la forme $A_{eq} + B_{eq} \cdot \sin(\theta b)$. **Indiquer** les expressions de A_{eq} et B_{eq} .

Calculons l'énergie cinétique de chaque solide.

Le solide 1 est en rotation autour de l'axe fixe $(O_0; \vec{x}_0)$. On a donc $E_{c1} = \frac{1}{2} A_1 \omega_{10}^2$.

Le solide 2 est en translation de direction $\vec{x}_0$. On a donc $E_{c2} = \frac{1}{2} M_2 V^2 = \frac{1}{2} M_2 \left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 \omega_{10}^2$.

Le mouvement du solide 3 est composé d'une translation et d'une rotation. On a alors :

$$E_{c3} = \frac{1}{2} M_3 \overrightarrow{V_{G_3 \in 3/0}} \cdot \overrightarrow{V_{G_3 \in 3/0}} + \frac{1}{2} C_3 \omega_b^2 \text{ avec } \overrightarrow{V_{G_3 \in 3/0}} = V \vec{x}_0 + \frac{L_3}{2} \omega_b \vec{y}_3$$

$$E_{c3} = \frac{1}{2} M_3 (V \vec{x}_0 + \frac{L_3}{2} \omega_b \vec{y}_3) \cdot (V \vec{x}_0 + \frac{L_3}{2} \omega_b \vec{y}_3) + \frac{1}{2} C_3 \omega_b^2$$

$$E_{c3} = \frac{1}{2} M_3 (V^2 + V \cdot L_3 \omega_b \vec{y}_3 \cdot \vec{x}_0 + \left(\frac{L_3}{2} \omega_b \right)^2) + \frac{1}{2} C_3 \omega_b^2$$

$$E_{c3} = \frac{1}{2} M_3 \left(\left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 - \left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 K_{cc} L_3 \sin \theta_b + \left(\frac{p L_3 K_{cc}}{4\pi} \right)^2 \right) \omega_{10}^2 + \frac{1}{2} C_3 \omega_b^2$$

$$E_{c3} = \frac{1}{2} \left[M_3 \left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 - M_3 \left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 K_{cc} L_3 \sin \theta_b + M_3 \left(\frac{p L_3 K_{cc}}{4\pi} \right)^2 + C_3 \left(\frac{p K_{cc}}{2\pi} \right)^2 \right] \omega_{10}^2$$

La masse du solide 4 est négligeable. L'inertie du solide 4 est donc négligeable. On a donc $E_{c4} = 0 J$.

On obtient donc :

$$E_{ceq} = E_{c1} + E_{c2} + E_{c3} + E_{c4} = \frac{1}{2} J_{eq} \omega_{10}^2$$

$$E_{ceq} = \frac{1}{2} \left[M_3 \left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 - M_3 \left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 K_{cc} L_3 \sin \theta_b + M_3 \left(\frac{p L_3 K_{cc}}{4\pi} \right)^2 + C_3 \left(\frac{p K_{cc}}{2\pi} \right)^2 \right] \omega_{10}^2 + \frac{1}{2} M_2 \left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 \omega_{10}^2 + \frac{1}{2} A_1 \omega_{10}^2$$

$$E_{ceq} = \frac{1}{2} \left[A_1 + M_2 \left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 + M_3 \left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 - M_3 \left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 K_{cc} L_3 \sin \theta_b + M_3 \left(\frac{p L_3 K_{cc}}{4\pi} \right)^2 + C_3 \left(\frac{p K_{cc}}{2\pi} \right)^2 \right] \omega_{10}^2$$

Par identification, on a ainsi :

$$J_{eq} = A_1 + M_2 \left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 + M_3 \left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 - M_3 \left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 K_{cc} L_3 \sin \theta_b + M_3 \left(\frac{p L_3 K_{cc}}{4\pi} \right)^2 + C_3 \left(\frac{p K_{cc}}{2\pi} \right)^2$$

Par identification, on a :

$$A_{eq} = C_1 + M_2 \left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 + M_3 \left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 - M_3 \left(\frac{p L_3 K_{cc}}{4\pi} \right)^2 + C_3 \left(\frac{p K_{cc}}{2\pi} \right)^2$$

Et

$$B_{eq} = -M_3 \left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 K_{cc} L_3$$

Question 19 En précisant le (ou les) solide(s) isolé(s) et en indiquant le théorème utilisé, **déterminer** une relation entre le couple sur la vis 1 noté Cf et les actions mécaniques de l'air sur le volet 3.

On isole les solides {1, 2, 3, 4}.

On applique le théorème de l'énergie cinétique. On a ainsi :

$$\frac{dE_{ceq}}{dt} = \sum P_{ext} + \sum P_{int}$$

Toutes les liaisons sont supposées parfaites, on a donc : $\sum P_{int} = 0$.

De plus : $\sum P_{ext} = P_f + P_{air} + P_{pes \rightarrow 1} + P_{pes \rightarrow 2} + P_{pes \rightarrow 3}$

$$P_f = C_f \cdot \omega_m$$

$$P_{air} = -F_{air} \vec{y}_3 \cdot \vec{V}_{O_2 \in 3/0} + \frac{L_3 F_{air}}{2} \vec{z}_0 \cdot \vec{\Omega}_{3/0} = F_{air} \vec{y}_3 \cdot V_{20} \vec{x}_0 + \frac{L_3 F_{air}}{2} \vec{z}_0 \cdot \omega_b \vec{z}_0$$

$$P_{air} = -F_{air} \frac{p}{2\pi} \sin \theta_b \omega_m + \frac{L_3 F_{air} K_{cc} p}{4\pi} \cdot \omega_m = F_{air} \cdot \frac{p}{2\pi} \cdot \omega_m \left[\frac{L_3 K_{cc}}{2} - \sin \theta_b \right]$$

$$P_{pes \rightarrow 1} = 0 \text{ car } \vec{V}_{G_1 \in 1/0} = \vec{0}$$

$$P_{pes \rightarrow 2} = 0 \text{ car } \vec{V}_{G_2 \in 2/0} = V_{20} \vec{x}_0 \text{ et le poids est porté par } \vec{y}_0$$

$$P_{pes \rightarrow 3} = -M_3 \cdot g \cdot \vec{y}_0 \cdot \vec{V}_{G_3 \in 3/0} = -M_3 \cdot g \cdot \vec{y}_0 \cdot (V \vec{x}_0 + \frac{L_3}{2} \omega_b \vec{y}_3) = -M_3 \cdot g \cdot \frac{L_3}{2} \omega_b \cdot \vec{y}_0 \cdot \vec{y}_3 = -M_3 \cdot g \cdot \frac{L_3}{2} \omega_b \cdot \cos \theta_b$$

$$\text{Soit : } P_{pes \rightarrow 3} = -M_3 \cdot g \cdot \frac{L_3}{2} \frac{p K_{cc}}{2\pi} \cdot \cos \theta_b \cdot \omega_m$$

$$\text{On a ainsi : } \frac{dE_{ceq}}{dt} = C_f \cdot \omega_m + F_{air} \cdot \frac{p}{2\pi} \cdot \omega_m \left[\frac{L_3 K_{cc}}{2} - \sin \theta_b \right] - M_3 \cdot g \cdot \frac{L_3}{2} \frac{p K_{cc}}{2\pi} \cdot \cos \theta_b \cdot \omega_m$$

$$\text{Or : } \frac{dE_{ceq}}{dt} = \frac{d(\frac{1}{2}(A_{eq} + B_{eq} \sin \theta_b) \omega_m^2)}{dt} = (A_{eq} + B_{eq} \sin \theta_b) \cdot \omega_m \cdot \frac{d\omega_m}{dt} + \frac{1}{2} \cdot \frac{d(A_{eq} + B_{eq} \sin \theta_b)}{dt} \omega_m^2$$

$$\text{On a donc : } \frac{dE_{ceq}}{dt} = (A_{eq} + B_{eq} \sin \theta_b) \cdot \omega_m \cdot \frac{d\omega_m}{dt} + \frac{1}{2} \cdot B_{eq} \cdot \cos \theta_b \cdot \omega_b \cdot \omega_m^2$$

$$\text{Soit : } \frac{dE_{ceq}}{dt} = (A_{eq} + B_{eq} \sin \theta_b) \cdot \omega_m \cdot \frac{d\omega_m}{dt} + \frac{1}{2} \cdot B_{eq} \cdot \cos \theta_b \cdot \frac{p K_{cc}}{2\pi} \cdot \omega_m^3$$

$$(A_{eq} + B_{eq} \sin \theta_b) \cdot \omega_m \cdot \frac{d\omega_m}{dt} + \frac{1}{2} \cdot B_{eq} \cdot \cos \theta_b \cdot \frac{p K_{cc}}{2\pi} \cdot \omega_m^3 = C_f \cdot \omega_m + F_{air} \cdot \frac{p}{2\pi} \cdot \omega_m \left[\frac{L_3 K_{cc}}{2} - \sin \theta_b \right] - M_3 \cdot g \cdot \frac{L_3}{2} \frac{p K_{cc}}{2\pi} \cdot \cos \theta_b \cdot \omega_m$$

$$(A_{eq} + B_{eq} \sin \theta_b) \cdot \frac{d\omega_m}{dt} + \frac{1}{2} \cdot B_{eq} \cdot \cos \theta_b \cdot \frac{p K_{cc}}{2\pi} \cdot \omega_m^2 = C_f + F_{air} \cdot \frac{p}{2\pi} \left[\frac{L_3 K_{cc}}{2} - \sin \theta_b \right] - M_3 \cdot g \cdot \frac{L_3}{2} \frac{p K_{cc}}{2\pi} \cdot \cos \theta_b$$

Et donc :

$$C_f = (A_{eq} + B_{eq} \sin \theta_b) \cdot \frac{d\omega_m}{dt} + \frac{1}{2} \cdot B_{eq} \cdot \cos \theta_b \cdot \frac{p K_{cc}}{2\pi} \cdot \omega_m^2 - F_{air} \cdot \frac{p}{2\pi} \left[\frac{L_3 K_{cc}}{2} - \sin \theta_b \right] + M_3 \cdot g \cdot \frac{L_3}{2} \frac{p K_{cc}}{2\pi} \cdot \cos \theta_b$$

Question 20. Que représentent les phases A, B et C de la Figure 14 ? **Déterminer** la puissance maximale en régime de vitesse stabilisée que doit fournir le moteur. **Conclure** vis-à-vis de la puissance du moteur disponible.

La phase A correspond à l'accélération, la phase B au régime permanent et la phase C à la décélération. Par lecture graphique, on a : $C_{f,max} = 27 \text{ Nm}$. On en déduit que $P_{f,max} = C_{f,max} \cdot \omega_m = 5.65 \text{ kW}$. Le moteur est donc largement suffisant.

Question 21 Justifier la nécessité d'avoir choisi un moteur de 22 kW.

Les frottements, la déformation des pièces et le rendement de certains composants n'ont pas été pris en compte dans cette étude. Ils sont toutefois présents dans le système réel. Il est donc nécessaire de choisir un moteur plus puissant.

IV.3 - Etude de la rigidité du système

Question 22 Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle de l'inverseur de poussée $\{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4\}$ à partir du schéma cinématique de la Figure 15. Dans quel(s) cycle(s) apparaît l'hyperstatisme ? Quel est l'intérêt d'avoir ajouté une liaison sphère-cylindre au bout de la vis 1 ?

On a $N_{cycle} = 3, m_i = 0, m_u = 1$ et $I_c = 13$

On en déduit $h = 6N_{cycle} + m_u + m_i - I_c = 6$.

L'hyperstatisme apparaît dans les cycles $\{0, 1, 0\}$ et $\{0, 1, 2, 0\}$. La sphère-cylindre au bout de la vis 1 permet de rigidifier le système pour ainsi éviter le flambage de la vis 1.

V - Étude de l'asservissement de la chaîne de transmission de puissance permettant l'ouverture des volets de la nacelle

V.1 - Étude du moteur à courant continu

Objectif : Mettre en place le modèle du moteur à courant continu et son asservissement en couple.

Question 23 Établir les expressions littérales des quatre fonctions de transfert du schéma-bloc de la Figure 17 dans les conditions de Heaviside.

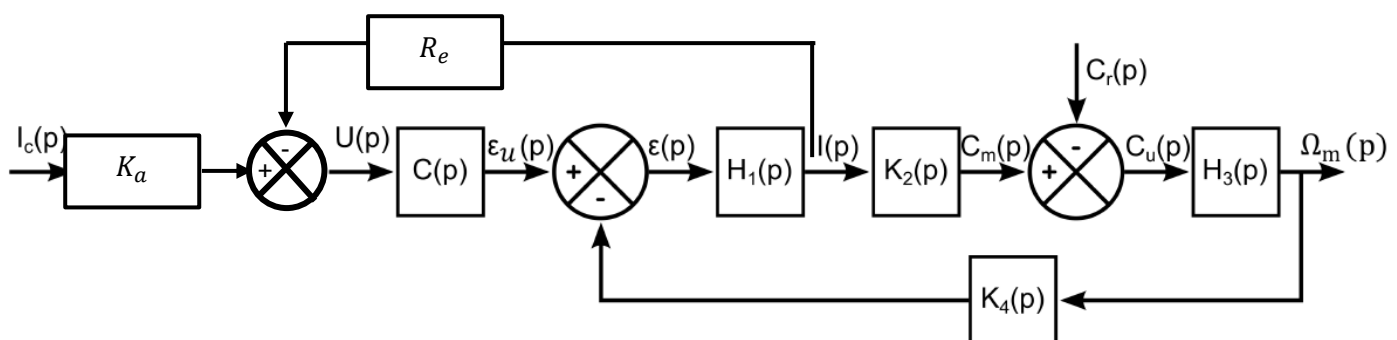
$$H_1(p) = \frac{1}{R + L \cdot p}$$

$$H_3(p) = \frac{1}{J_m \cdot p}$$

$$K_2(p) = K_m$$

$$K_4(p) = K_e$$

Question 24 Compléter le schéma-bloc du moteur à courant continu du cahier réponse afin de prendre en compte cet asservissement.



Question 25 Proposer un modèle de comportement pour la fonction de transfert $I(p)/I_c(p)$ corrigée où sera détaillé l'ensemble des paramètres.

On observe une tangente à l'origine non nulle. On en déduit donc que le système peut être modélisé par un premier ordre. On cherche alors K et τ tel que $H(p) = \frac{K}{1+\tau.p}$.

Par identification on a :

$$K = \frac{1}{1} \text{ et } 3\tau = t_{r5\%} = 0.4\text{ms}$$

$$\text{On a ainsi : } H(p) = \frac{1}{1+1,3 \cdot 10^{-4} \cdot p}$$

Question 26 Justifier l'ajout du correcteur vis-à-vis des performances attendues dans le diagramme des exigences.

Sans correcteur, on observe que l'erreur statique n'est pas nulle. Le système ne respecterait ainsi pas l'exigence 1.4.1 du cahier des charges. L'ajout d'un correcteur PI permet alors d'annuler cette erreur. Le temps de réponse à 5% vaut 0.3ms, l'exigence associée est donc respectée.

V.2 - Étude des flex-shafts

Objectif : Caractériser le comportement des flex-shafts.

Question 27 A partir notamment du modèle de connaissance, donner les expressions littérales des fonctions de transfert du schéma-bloc Figure 19.

En appliquant le Théorème du moment dynamique à la vis en O selon son axe de rotation, on trouve :

$$C_r = J_r \frac{d\omega_m}{dt}$$

Par identification, on trouve alors :

$$G_1(p) = f$$

$$G_2(p) = \frac{k}{p}$$

$$G_3(p) = \frac{1}{J_r \cdot p}$$

Question 28 Calculer alors la fonction de transfert $\frac{\Omega_f(p)}{\Omega_m(p)}$ en fonction des paramètres présentés précédemment

La fonction de transfert équivalente aux blocs G1 et G2 vaud :

$$G_{12}(p) = G_1(p) + G_2(p) = \frac{f \cdot p + k}{p}$$

$$\text{D'après la formule de Black, on a : } \frac{\Omega_f(p)}{\Omega_m(p)} = \frac{\frac{f \cdot p + k}{J_r \cdot p^2}}{1 + \frac{f \cdot p + k}{J_r \cdot p^2}} = \frac{f \cdot p + k}{J_r \cdot p^2 + f \cdot p + k}$$

Question 29 Calculer la limite quand t tend vers l'infini de $\omega_m(t) - \omega_f(t)$ pour une entrée en rampe de $\omega_m(t)$ de pente a_{m0} .

$$\text{D'après le théorème de la valeur finale, on a : } \lim_{t \rightarrow \infty} (\omega_m(t) - \omega_f(t)) = \lim_{p \rightarrow 0} (p \cdot (\Omega_m(p) - \Omega_f(p)))$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\omega_m(t) - \omega_f(t)) = \lim_{p \rightarrow 0} (p \cdot (\Omega_m(p) - \Omega_m(p) \cdot \frac{f \cdot p + k}{J_{eq} \cdot p^2 + f \cdot p + k}))$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\omega_m(t) - \omega_f(t)) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot (1 - \frac{f \cdot p + k}{J_{eq} \cdot p^2 + f \cdot p + k}) \cdot \Omega_m(p)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\omega_m(t) - \omega_f(t)) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot (1 - \frac{f \cdot p + k}{J_{eq} \cdot p^2 + f \cdot p + k}) \cdot \frac{a_{m0}}{p^2} = 0$$

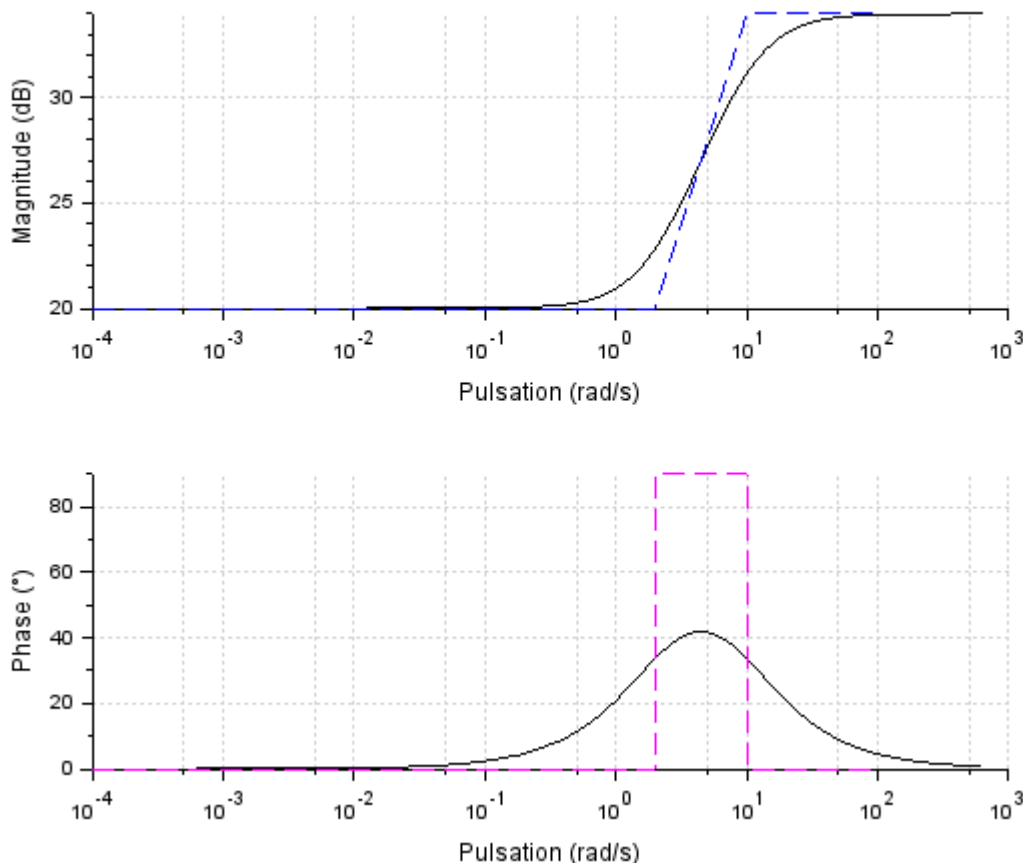
Question 30 Caractériser le comportement du flex-shaft à temps infini pour l'entrée définie précédemment.

Lorsque t tend vers l'infini, on a $\omega_m(t) = \omega_f(t)$, ce qui correspond au cas où le moteur et la vis tournent à la même vitesse de rotation. On est donc dans la situation du comportement rigide des flex shafts.

V.3 - Mise en place de l'asservissement en position de l'arbre moteur

Objectif : Mettre en place l'asservissement du moteur en position en réalisant le réglage du correcteur à avance de phase.

Question 31 Tracer le diagramme de Bode asymptotique et l'allure réelle du correcteur, préciser les valeurs caractéristiques.



Question 32 Déterminer Φ_{max} permettant de respecter le cahier des charges.

On veut avoir une bande passante à 0dB de ω_{BP} . Or pour le système non corrigé, on a $\Phi_{PB} = -180^\circ$. On en déduit donc que $\Phi_{max} = 45^\circ$.

Question 33 En déduire les expressions analytiques de a et τ . Calculer numériquement a et poser le calcul de C_2 avec les valeurs numériques nécessaires.

De plus $a = \frac{1+\sin(\phi_{max})}{1-\sin(\phi_{max})} = 5.83$ et $\tau = \frac{1}{\omega_{odB} \cdot \sqrt{a}}$

On veut une pulsation de coupure à 0dB de ω_{PB} . On veut donc augmenter les gains de 37dB. On veut donc :

$$20 \log(C_2) + 20 \log\left(\sqrt{1 + (a \cdot \tau \cdot \omega_{odB})^2}\right) - 20 \log\left(\sqrt{1 + (\tau \cdot \omega_{odB})^2}\right) = 37$$

$$20 \log(C_2 \cdot \sqrt{a}) = 37$$

VI - Conclusion

Objectif : Conclure sur le bon fonctionnement de la nacelle équipée du système eTras®.

Question 34 Résumer succinctement la validation ou non des critères du diagramme des exigences demandés

Id	Cahier des charges	Valeur trouvée	Validation
1.1.1	Temps d'ouverture inférieur à 3s	2s	Oui
1.2.1	Variation angulaire de 5 à 85°	5 à 85°	Oui
1.2.2	Ouverture de 50 cm minimum	54 cm	Oui
1.4.1	Erreur statique nulle et temps de réponse à 5% inférieur à 0.3 ms	Erreur statique nulle et temps de réponse inférieur de 0.28ms	Oui
1.4.2	Marge de phase de 45° minimum et bande passante de ω_{PB}	Marge de phase et bande passante obtenues par réglage du correcteur	Oui