

Proposition de corrigé

Concours : Concours Commun INP

Année : 2020

Filière : MP

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](https://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

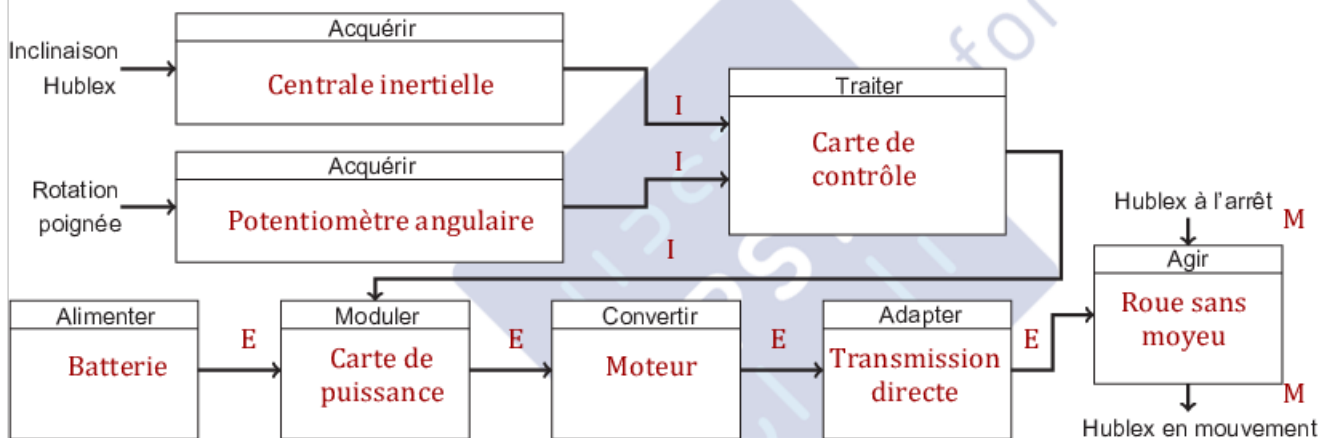
Gyropode à usage professionnel HUBLEX

Corrigé UPSTI

Principe de fonctionnement général

Question 1 Compléter le schéma fonctionnel du **DR1**, en précisant le nom des composants associés aux fonctions, ainsi que le type de chaque flux (I pour information, E pour énergie, M pour matière). On y reportera uniquement les composants présents dans le diagramme de bloc interne (**figure 5**).

Par lecture de l'ibd, Figure 5, on obtient :



I - Génération de la consigne des vitesses moteurs

Objectif : analyser le comportement cinématique du Hublex en virage et sur sol plat, afin d'obtenir la consigne de vitesse à imposer aux moteurs permettant de répondre notamment aux exigences « 1.1.1 » et « 1.4.3 ».

I.1 - Paramétrage du Hublex en trajectoire circulaire

Pas de question dans cette partie...

I.2 - Étude de la cinématique pour une trajectoire circulaire

Question 2 Donner sans démonstration la relation entre V , r_c et la vitesse de rotation ω_{10} .

On s'intéresse à une trajectoire par rapport au sol de type circulaire, de centre O_0 et de rayon de courbure r_c , la vitesse est proportionnelle au rayon et à la vitesse angulaire associée : $V = r_c \cdot \omega_{10}$

Question 3 En utilisant l'hypothèse de roulement sans glissement, établir la relation entre V , ω_{10} , ω_{21} et les constantes L et R .

Par composition des vitesses, et roulement sans glissement au point I entre 2 et 0, nous avons :

$$\vec{V}(I, 2/0) = \vec{V}(I, 2/1) + \vec{V}(I, 1/0) = \vec{0}$$

Par le champ des vitesses :

$$\vec{V}(I, 2/1) = \overrightarrow{IO_1} \wedge \vec{\Omega}(2/1) = (R \cdot \vec{z}_1 + \frac{L}{2} \cdot \vec{x}_1) \wedge \omega_{21} \cdot \vec{x}_1 \text{ car } O_1 \in (A, \vec{x}_1), \text{ axe de la pivot 2/1.}$$

De la même manière : $\vec{V}(I, 1/0) = \overrightarrow{IO_0} \wedge \vec{\Omega}(1/0) = -(r_c - \frac{L}{2}) \cdot \vec{x}_1 \wedge \omega_{10} \cdot \vec{z}_1$ car O_0 est le Centre Instantané de Rotation du mouvement 1/0.

Ainsi :
$$R \cdot \omega_{21} + V - \frac{L}{2} \cdot \omega_{10} = 0$$

Question 4 En déduire l'expression de la vitesse de rotation du moteur gauche ω_{41} en fonction de V , ω_{10} , du rapport de transmission k et d'autres paramètres géométriques.

Le rapport de transmission $k = 0,092$ est donc tel que : $\omega_{21} = k \cdot \omega_{41}$ (le galet est plus petit que la roue, cf. fig.4, il s'agit -comme attendu- d'un réducteur). Par substitution, on obtient :

$$\omega_{41} = \frac{L \cdot \omega_{10} - 2 \cdot V}{2 \cdot R \cdot k}$$

Question 5 En déduire la relation entre V , ω_{10} et la vitesse de rotation du moteur droit ω_{51} .

Pour le côté droit, on remarque que : $\overrightarrow{JO_0} = -(r_c + \frac{L}{2}) \cdot \vec{x}_1$ donc :

$$\omega_{51} = \frac{-L \cdot \omega_{10} - 2 \cdot V}{2 \cdot R \cdot k}$$

1.3 - Génération de la consigne de taux de rotation

Question 6 Donner la résolution de ce capteur, c'est-à-dire sa précision angulaire.

On utilise un potentiomètre ayant 360° d'amplitude et fournissant une image de la position angulaire sous forme d'un mot de 10 bits soit donc $2^{10} = 1024$ combinaisons.

La résolution angulaire est donc :
$$\text{résolution} = \frac{360}{2^{10}} = 0,35^\circ$$

Question 7 Donner le nombre de positions effectivement mesurables avec la poignée du Hublex, ainsi que la plage des valeurs centrée autour de 0.

Le capteur est utilisé uniquement entre les angles -45° et $+45^\circ$, soit un quart de tour. Il y a donc 256 positions effectivement mesurables.

La plage des valeurs est $[-45^\circ \leq 0 \leq +45^\circ]$ ou encore, en supposant un codage binaire en complément à 2 : $(1000\ 0000)_2 = (-128)_{10} \leq (0000\ 0000)_2 \leq (0111\ 1111)_2 = (127)_{10}$

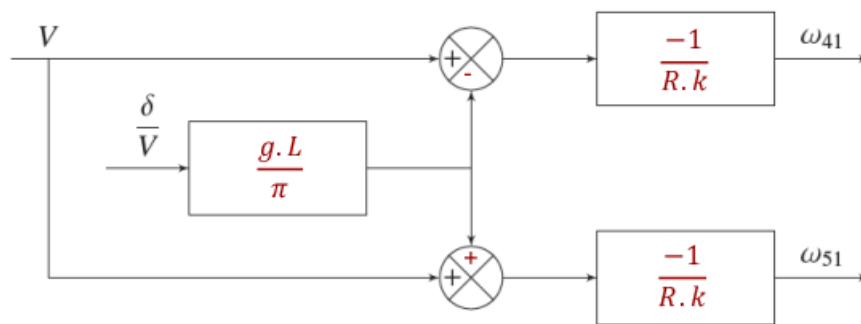
Question 8 Établir la relation entre a_f , V et ω_{10} . En déduire la valeur maximale ω_{10max} du taux de rotation admissible satisfaisant l'exigence «1.4» et ses sous-exigences.

L'accélération centrifuge est : $a_f = \frac{v^2}{r_c}$ et question 2, nous avons posé : $V = r_c \cdot \omega_{10}$. Par substitution, nous avons :

$a_f = V \cdot \omega_{10}$. L'exigence «1.4.3» impose que l'accélération centrifuge soit limitée à $a_{fmax} = 0,5 \cdot g$,

l'exigence «1.4.2» impose que la vitesse est limitée à $V_{max} = 10 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ donc
$$\omega_{10max} = \frac{a_{fmax}}{V_{max}} = 1,77 \text{ rad/s}.$$

Question 9 Compléter le schéma bloc du **DR2**, représentant la génération des commandes des deux moteurs à partir des consignes données par le pilote permettant de respecter l'exigence «1.1.1» notamment.



II - Stabilité du Hublex sur sol incliné

Objectif : vérifier que la sécurité du pilote est toujours assurée dans le cadre d'une évolution du Hublex sur sol incliné (exigence « 1.5 » et sous-exigences).

II.1 - Caractéristiques cinétiques du Hublex

Question 10 Justifier la forme de la matrice d'inertie $[I(G_{S'}, S')]$.

On peut, ici, proposer d'évaluer les hypothèses faites pour arriver à la forme diagonale donnée dans le sujet :

- On peut supposer que la position de l'avant-bras de l'utilisateur (qui sert au pilotage) influe peu sur la symétrie matérielle de l'ensemble S' par rapport au plan $(G_{S'}, \vec{y}_S, \vec{z}_S)$ ou que l'utilisateur est dans la position du second usager visible sur la figure 1 (il pilote avec les deux mains sur la poignée et ses deux avant-bras sont donc pliés symétriquement).
- On peut supposer que la morphologie de l'usager (fesses, poitrine, ventre) n'a pas, non plus, d'influence notable sur la symétrie matérielle de l'ensemble S' par rapport au plan $(G_{S'}, \vec{x}_S, \vec{z}_S)$.

Ainsi, sous ces hypothèses, l'ensemble S' présente des symétries matérielles par rapport à deux plans orthogonaux $(G_{S'}, \vec{y}_S, \vec{z}_S)$ et $(G_{S'}, \vec{x}_S, \vec{z}_S)$: la matrice $[I(G_{S'}, S')]$ est diagonale dans la base $(\vec{x}_S, \vec{y}_S, \vec{z}_S)$.

II.2 - Vérification de l'exigence de stabilité

II.2.a - Calcul de la composante du moment dynamique $\vec{\delta}(J, S/R_0) \cdot \vec{y}_1'$

Question 11 Déterminer l'expression littérale du moment cinétique au point $G_{S'}$ de S' par rapport à R_0 noté $\vec{\sigma}(G_{S'}, S'/R_0)$.

$S' = \{\text{Chassis 1} + \text{Pilote}\}$, est assimilé à un solide indéformable de centre d'inertie $G_{S'}$, donc :

$$\vec{\sigma}(G_{S'}, S'/R_0) = [I(G_{S'}, S')] \cdot \vec{\Omega}(1/0) = \begin{bmatrix} A_S & 0 & 0 \\ 0 & B_S & 0 \\ 0 & 0 & C_S \end{bmatrix}_{(\vec{x}_S, \vec{y}_S, \vec{z}_S)} \cdot \begin{bmatrix} -\omega_{10} \cdot \sin \alpha \\ 0 \\ \omega_{10} \cdot \cos \alpha \end{bmatrix}_{(\vec{x}_S, \vec{y}_S, \vec{z}_S)} \quad \text{car } \vec{z}_1' = -\sin \alpha \cdot \vec{x}_S + \cos \alpha \cdot \vec{z}_S$$

$$\text{donc : } \vec{\sigma}(G_{S'}, S'/R_0) = -A_S \cdot \omega_{10} \cdot \sin \alpha \cdot \vec{x}_S + C_S \cdot \omega_{10} \cdot \cos \alpha \cdot \vec{z}_S$$

Question 12 En déduire les expressions littérales de $\vec{\delta}(G_{S'}, S'/R_0)$ puis de $\vec{\delta}(G_{S'}, S/R_0)$.

Au centre d'inertie $G_{S'}$, nous avons donc : $\vec{\delta}(G_{S'}, S'/R_0) = \left[\frac{d\vec{\sigma}(G_{S'}, S'/R_0)}{dt} \right]_{R_0}$, avec ω_{10} et α des constantes.

Par la formule de changement de base de dérivation :

$$\left[\frac{d\vec{\sigma}(G_{S'}, S'/R_0)}{dt} \right]_{R_0} = \underbrace{\left[\frac{d\vec{\sigma}(G_{S'}, S'/R_0)}{dt} \right]_{R_{S'}}}_{\vec{0}} + \vec{\Omega}(R_{S'}/R_0) \wedge \vec{\sigma}(G_{S'}, S'/R_0) \text{ avec } \vec{\Omega}(R_{S'}/R_0) = \omega_{10} \cdot (-\sin\alpha \cdot \vec{x}_S + \cos\alpha \cdot \vec{z}_S)$$

Ainsi : $\vec{\delta}(G_{S'}, S'/R_0) = (C_S - A_S) \cdot \omega_{10}^2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot \vec{y}_S$

On remarque que $S = \{S' + Roues\}$, par linéarité on a : $\vec{\delta}(G_{S'}, S/R_0) = \vec{\delta}(G_{S'}, S'/R_0) + \vec{\delta}(G_{S'}, Roues/R_0)$ or, dans cette partie, la masse et les composantes de la matrice d'inertie des roues sont négligées, donc, nous avons :

$$\vec{\delta}(G_{S'}, S/R_0) = (C_S - A_S) \cdot \omega_{10}^2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot \vec{y}_S$$

Question 13 En utilisant la dérivation vectorielle, déterminer l'expression littérale de $\vec{V}(G_S, S/R_0)$, la vitesse du centre d'inertie de S par rapport à R_0 .

O_0 est l'origine de R_0 et G_S un point fixe de S , donc :

$$\vec{V}(G_S, S/R_0) = \vec{V}(G_S/R_0) = \left[\frac{d\vec{O_0G_S}}{dt} \right]_{R_0} \text{ avec } \vec{O_0G_S} = r_c \cdot \vec{x}_{1'} + h_S \cdot \vec{z}_S. \text{ Supposons } h_S \text{ constante.}$$

$$\left[\frac{d\vec{x}_{1'}}{dt} \right]_{R_0} = \omega_{10} \cdot \vec{y}_{1'} \text{ (cas de rotation simple) et } \vec{z}_S = \sin\alpha \cdot \vec{x}_{1'} + \cos\alpha \cdot \vec{z}_0, \text{ soit } \left[\frac{d\vec{z}_S}{dt} \right]_{R_0} = \sin\alpha \cdot \omega_{10} \cdot \vec{y}_{1'}.$$

La vitesse recherchée est donc : $\vec{V}(G_S, S/R_0) = (r_c + h_S \cdot \sin\alpha) \cdot \omega_{10} \cdot \vec{y}_{1'}$

II.2.b - Estimation du basculement

Question 14 Calculer, au point J , la somme des moments des actions mécaniques extérieures appliquées à S selon $\vec{y}_{1'} : \vec{M}(J, \vec{S} \rightarrow S) \cdot \vec{y}_{1'}$.

On isole $S = \{\text{Chassis 1} + \text{Pilote} + \text{Roues}\}$.

Le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures est : Le poids (centre d'inertie G_S) et les actions du sol en I et J . La projection du moment sera : $\vec{M}(J, \vec{S} \rightarrow S) \cdot \vec{y}_{1'} = \vec{M}(J, g \rightarrow S) \cdot \vec{y}_{1'} + \vec{M}(J, 0^J \rightarrow S) \cdot \vec{y}_{1'} + \underbrace{\vec{M}(J, 0^J \rightarrow S) \cdot \vec{y}_{1'}}_{\vec{0}}$.

Par le champ de moment :

$$\vec{M}(J, g \rightarrow S) \cdot \vec{y}_{1'} = \underbrace{\vec{M}(G_S, g \rightarrow S) \cdot \vec{y}_{1'}}_{\vec{0}} + [\vec{JG_S} \wedge -m_S \cdot g \cdot \vec{z}_0] \cdot \vec{y}_{1'} = [-m_S \cdot g \cdot \vec{z}_{1'} \wedge \vec{y}_{1'}] \cdot \vec{JG_S} \text{ avec } \vec{JG_S} = -\frac{L}{2} \cdot \vec{x}_S + h_S \cdot \vec{z}_S$$

et $\vec{x}_{1'} = \cos\alpha \cdot \vec{x}_S + \sin\alpha \cdot \vec{z}_S$. Soit : $\vec{M}(J, g \rightarrow S) \cdot \vec{y}_{1'} = m_S \cdot g \cdot \left[-\frac{L}{2} \cdot \cos\alpha + h_S \cdot \sin\alpha \right]$

Par le champ de moment :

$$\vec{M}(J, 0^J \rightarrow S) \cdot \vec{y}_{1'} = [\vec{JI} \wedge (T_I \cdot \vec{x}_S + N_I \cdot \vec{z}_S)] \cdot \vec{y}_{1'} = [-L \cdot \vec{x}_S \wedge (T_I \cdot \vec{x}_S + N_I \cdot \vec{z}_S)] \cdot \vec{y}_{1'} = L \cdot N_I$$

Finalement : $\vec{M}(J, \vec{S} \rightarrow S) \cdot \vec{y}_{1'} = L \cdot N_I + m_S \cdot g \cdot \left[h_S \cdot \sin\alpha - \frac{L}{2} \cdot \cos\alpha \right]$

Question 15 Dédurre de ce qui précède la relation liant N_I , ω_{10} , les grandeurs géométriques, cinématiques (et leurs dérivées) et inertielles. On précisera le principe ou théorème utilisé.

On isole $S = \{\text{Chassis 1} + \text{Pilote} + \text{Roues}\}$. Le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures est : Le poids (centre d'inertie G_S) et les actions du sol en I et J .

On applique le Théorème du Moment Dynamique au point J projeté sur $\overline{y_1'}$:

$$\vec{M}(J, \vec{S} \rightarrow S) \cdot \overline{y_1'} = \delta(J, S/R_0) \cdot \overline{y_1'}$$

$$L \cdot N_I + m_S \cdot g \cdot \left[h_S \cdot \sin \alpha - \frac{L}{2} \cdot \cos \alpha \right] = \omega_{10}^2 \cdot \left[\cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot (C_S - A_S) - m_S \cdot (r_c + h_S \cdot \sin \alpha) \cdot \left(\frac{L}{2} \cdot \sin \alpha + h_{S'} \cdot \cos \alpha \right) \right]$$

Question 16 Dans le cadre de ce modèle, quelle est la condition permettant de définir l'apparition du basculement ? En déduire l'expression de la vitesse limite ω_{10lim} conduisant au basculement.

N_I représente la composante normale de la résultante $\vec{R}_{0 \rightarrow S}^J$. Sachant que 0, le sol, est situé sous S , on aura donc basculement si $N_I \leq 0 \text{ N}$. La vitesse limite ω_{10lim} conduit au basculement pour $N_I = 0 \text{ N}$, donc :

$$\omega_{10lim} = \sqrt{\frac{m_S \cdot g \cdot \left[h_S \cdot \sin \alpha - \frac{L}{2} \cdot \cos \alpha \right]}{\left[\cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot (C_S - A_S) - m_S \cdot (r_c + h_S \cdot \sin \alpha) \cdot \left(\frac{L}{2} \cdot \sin \alpha + h_{S'} \cdot \cos \alpha \right) \right]}}$$

Question 17 En exploitant cette courbe, donner la vitesse limite v_{lim} que peut avoir le Hublex dans ces conditions sans basculer. Conclure vis-à-vis des exigences.

Figure 10 gauche, α est représenté positif. Ici, $\alpha = -7^\circ$ on va donc basculer autour du point I . Dans les conditions proposées, on remarque que N_J change de signe pour $v_{lim} = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 5,4 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

L'exigence id 1.5.3 indique que pour un rayon de braquage de 5 m associé à une vitesse de $5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} < v_{lim}$ sur sol incliné, l'exigence est respectée. Il faudra toutefois veiller à ne pas pouvoir atteindre la vitesse de $10 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ (exigence id 1.4.2) sur sol incliné.

Question 18 Commenter, en justifiant, la validité des courbes de la figure 11 au-delà de v_{lim} . En une phrase, préciser comment modifier la modélisation pour étudier le comportement de S au-delà de v_{lim} .

La courbe représentative de N_J (une AM de contact) ne peut en aucun cas prendre des valeurs négatives. A partir de $v_{lim} = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, on aura donc $N_I = 0 \text{ N}$.

Au-delà de v_{lim} , il est nécessaire de dissocier l'angle α_{sol} d'inclinaison du sol (qui peut éventuellement être considéré constant) de l'angle α d'inclinaison de l'ensemble S qui ne sera plus constant puisque l'ensemble bascule par rapport à R_0 .

III - Pilotage en accélération

Objectif : analyser le comportement du Hublex dans son mouvement d'inclinaison vers l'avant (ou arrière) afin de vérifier le respect de l'exigence « 1.1.4.1 ».

Question 19 Indiquer la démarche permettant de déterminer l'équation (3). On ne demande pas de faire les calculs.

Afin de déterminer l'équation (3), on utilise les hypothèses suivantes : avancée en ligne droite, sur sol plat.

On isole $S' = \{\text{Chassis 1} + \text{Pilote}\}$.

Le BAME est : pesanteur sur S' , roue gauche sur 1, roue droite sur 1.

On applique le Théorème du Moment Dynamique à S' , au point O_1 , projeté sur $\vec{x}_0$.

Remarque : on gardera donc le résultat proposé par le sujet.

Question 20 Déterminer l'expression littérale de $(P_{ext} + P_{int})$, somme des puissances galiléennes des actions mécaniques extérieures appliquées à l'ensemble S , notée P_{ext} , et de la puissance intérieure à ce même système, notée P_{int} .

On isole $S = \{\text{Chassis 1} + \text{Pilote} + \text{Roues}\}$.

Le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures est : Le poids (centre d'inertie G_S) et les actions du sol en I et J .

Les frottements externes et internes sont traités à part.

Les Actions Mécaniques Intérieures sont : issues des liaisons que l'on suppose parfaites, les actions de chaque moteur sur sa roue associée.

On considère que $\beta = \text{cste}$ et que le sol est plat, donc le poids ne travaille pas : $P(g \rightarrow S/0) = 0 \text{ W}$.

Les contacts avec le sol peuvent être considérés parfaits puisque les frottements sont traités à part : $P(sol \rightarrow S/0) = 0 \text{ W}$

Les différents frottements (internes et externes) sont ramenés sur l'axe de rotation des roues et modélisés par un couple résistant, C_f , appliqué à chaque roue donc :

$$P(\text{frottements} \rightarrow 2\text{Roues}/0) = 2\{\tau_{\text{frottements} \rightarrow \text{Roue}}\} \otimes \{\mathcal{V}_{(\text{Roue}/0)}\} = 2 \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ -C_f \cdot \vec{x}_0 \end{array} \right\}_{O_1} \otimes \left\{ \begin{array}{c} \omega_{R1} \cdot \vec{x}_0 \\ V \cdot \vec{y}_0 \end{array} \right\}_{O_1} = -2 \cdot C_f \cdot \omega_{R1}$$

L'action mécanique du moteur sur chaque roue, réalisée par l'intermédiaire du galet, développe la puissance des actions mutuelles :

$$P(\text{Chassis 1} \leftrightarrow \text{Roue}) = P(\text{Chassis 1} \rightarrow \text{Roue}/1) = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \frac{C_m}{k} \cdot \vec{x}_0 \end{array} \right\}_{O_1} \otimes \left\{ \begin{array}{c} \omega_{R1} \cdot \vec{x}_0 \\ 0 \end{array} \right\}_{O_1} = \frac{C_m}{k} \cdot \omega_{R1}$$

Ainsi, nous obtenons : $P_{ext} + P_{int} = 2 \cdot \left(\frac{C_m}{k} - C_f \right) \cdot \omega_{R1}$

Question 21 Déterminer l'expression littérale de l'énergie cinétique $E_C(S/R_0)$ de l'ensemble S par rapport au référentiel galiléen R_0 , en fonction de ω_{R1} et des grandeurs inertielles et géométriques.

Par linéarité de l'intégrale de masse : $E_C(S/R_0) = E_C(S'/R_0) + 2 \cdot E_C(Roue/R_0)$

On néglige l'inertie du galet d'entraînement et du rotor du moteur, ainsi S' est considéré en translation rectiligne donc : $E_C(S'/R_0) = \frac{1}{2} \cdot m_{S'} \cdot V^2$

Et $E_C(Roue/R_0) = \frac{1}{2} \cdot \{C_{Roue/0}\} \otimes \{V_{Roue/0}\}$. Au centre d'inertie O_1 de la roue, nous avons donc :

$$\vec{\sigma}(O_1, Roue/R_0) = \begin{bmatrix} J_R & 0 & 0 \\ 0 & - & 0 \\ 0 & 0 & - \end{bmatrix}_{(\vec{x}_0, -, -)} \cdot \begin{bmatrix} \omega_{R1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_0, -, -)} = J_R \cdot \omega_{R1} \cdot \vec{x}_0$$

$$E_C(Roue/R_0) = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{m_S - m_{S'}}{2} \cdot V \cdot \vec{y}_0 \right\}_{O_1} \otimes \left\{ \frac{\omega_{R1} \cdot \vec{x}_0}{V \cdot \vec{y}_0} \right\}_{O_1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{m_S - m_{S'}}{2} \cdot V^2 + J_R \cdot \omega_{R1}^2 \right)$$

Ainsi : $E_C(S/R_0) = \frac{1}{2} \cdot m_S \cdot V^2 + J_R \cdot \omega_{R1}^2$, or on rappelle que $V = -R \cdot \omega_{R1}$, donc : $E_C(S/R_0) = \left(\frac{m_S}{2} \cdot R^2 + J_R \right) \cdot \omega_{R1}^2$

Question 22 En précisant le théorème ou principe utilisé, déterminer la relation liant C_m , ω_{R1} et les grandeurs inertielles et géométriques (et leurs dérivées).

On isole $S = \{\text{Chassis 1} + \text{Pilote} + \text{Roues}\}$.

Les actions mécaniques ont été identifiées question 20.

On applique le théorème de l'énergie puissance au groupe de solides S :

$$P_{ext} + P_{int} = \frac{d}{dt} E_C(S/R_0) \text{ soit : } 2 \cdot \left(\frac{C_m}{k} - C_f \right) \cdot \omega_{R1} = 2 \cdot \left(\frac{m_S}{2} \cdot R^2 + J_R \right) \cdot \dot{\omega}_{R1} \cdot \omega_{R1}$$

Le couple moteur est donc : $C_m = k \cdot \left[\left(\frac{m_S}{2} \cdot R^2 + J_R \right) \cdot \dot{\omega}_{R1} + C_f \right]$

Question 23 En déduire, à l'aide de l'équation (3), l'expression de $\dot{V}$ en fonction de β .

On suppose que le couple résistant C_f est négligeable.

L'équation de la réponse 22 devient : $C_m = k \cdot \left(\frac{m_S}{2} \cdot R^2 + J_R \right) \cdot \dot{\omega}_{R1}$ et l'équation 3 est :

$$C_m = k \cdot z_{G_{S'}} \cdot m_{S'} \cdot (\dot{V} \cdot \cos \beta + g \cdot \sin \beta) \text{ et le sujet rappelle que } V = -R \cdot \omega_{R1} \text{ soit } \dot{V} = -R \cdot \dot{\omega}_{R1}$$

En égalisant les deux formes, nous obtenons : $-\left(\frac{m_S}{2} \cdot R^2 + J_R \right) \cdot \frac{\dot{V}}{R} = z_{G_{S'}} \cdot m_{S'} \cdot \dot{V} \cdot \cos \beta + z_{G_{S'}} \cdot m_{S'} \cdot g \cdot \sin \beta$

$$\Leftrightarrow -z_{G_{S'}} \cdot m_{S'} \cdot g \cdot \sin \beta = \left(z_{G_{S'}} \cdot m_{S'} \cdot \cos \beta + \frac{m_S}{2} \cdot R + \frac{J_R}{R} \right) \cdot \dot{V}$$

Après mise en forme : $\dot{V} = \frac{-z_{G_{S'}} \cdot m_{S'} \cdot g \cdot \sin \beta}{z_{G_{S'}} \cdot m_{S'} \cdot \cos \beta + \frac{m_S}{2} \cdot R + \frac{J_R}{R}}$

Question 24 Justifier alors que la consigne β imposée par le pilote correspond à une consigne d'accélération et conclure sur le respect de l'exigence «1.1.4.1». Préciser la valeur de l'angle β pour que l'ensemble S avance à une vitesse constante.

La relation déterminée réponse 23, $\dot{V} = \frac{-z_{G_{S'}} \cdot m_{S'} \cdot g \cdot \sin \beta}{z_{G_{S'}} \cdot m_{S'} \cdot \cos \beta + \frac{m_S}{2} \cdot R + \frac{J_R}{R}}$ implique qu'une variation de l'angle β entraîne une variation de $\dot{V}$ qui est l'accélération $\ddot{a}(O_1, S'/R_0)$.

Ainsi, si l'on utilise l'angle β comme consigne, alors celle-ci pourra être assimilée à une consigne d'accélération. L'exigence Id 1.1.4.1 est respectée.

Pour avancer à vitesse constante, on doit avoir $\dot{V} = 0 \text{ m.s}^{-2}$, soit $\underbrace{z_{G_{S'}} \cdot m_{S'} \cdot g \cdot \sin \beta}_{\neq 0} = 0$ soit $\boxed{\beta = 0}$ seul angle physiquement réaliste.

IV - Étude de l'asservissement en intensité des moteurs

Objectif : modéliser la chaîne d'asservissement en intensité du moteur afin de déterminer les paramètres du correcteur permettant de respecter l'exigence « 1.7.1.1 » et ses sous-exigences.

IV.1 - Modélisation du moteur

Question 25 Donner, dans le domaine de Laplace, les 4 équations caractéristiques associées au modèle de machines à courant continu.

On se place dans les conditions d'Heaviside. Dans le domaine symbolique, les équations deviennent :

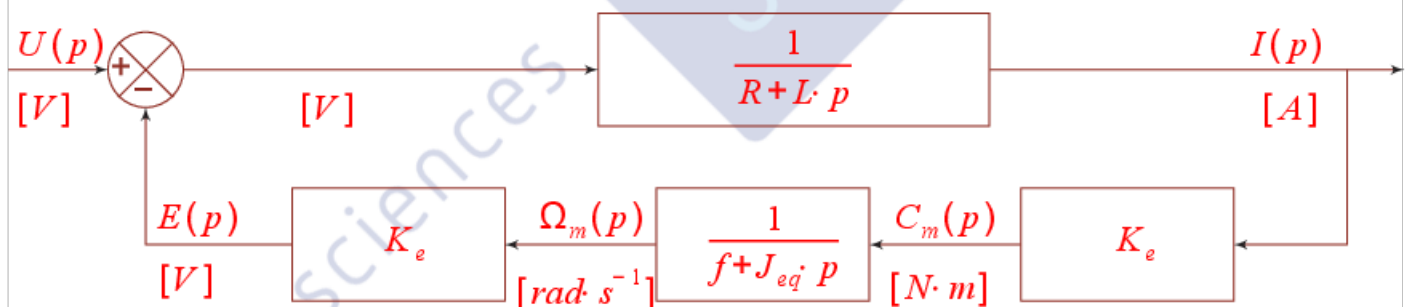
$$U(p) = E(p) + R \cdot I(p) + L \cdot p \cdot I(p) \quad (4)$$

$$E(p) = K_e \cdot \Omega_m(p) \quad (5)$$

$$C_m(p) = K_e \cdot I(p) \quad (6)$$

$$J_{eq} \cdot p \cdot \Omega_m(p) = C_m(p) - f \cdot \Omega_m(p) \quad (7)$$

Question 26 Compléter alors le schéma bloc du moteur dans le DR3. On précisera la grandeur associée à chaque lien.



DR3 - Schéma bloc du moteur

Question 27 Donner l'expression de la fonction de transfert $H_m(p) = \frac{I(p)}{U(p)}$. La mettre sous la forme canonique suivante :

$$H_m(p) = K_m \cdot \frac{1 + \tau_m \cdot p}{1 + \frac{2 \cdot z_m}{\omega_{0m}} \cdot p + \frac{1}{\omega_{0m}^2} \cdot p^2}$$

$$H_m(p) = \frac{1}{R + L \cdot p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{K_e^2}{(R + L \cdot p)(f + J_{eq} \cdot p)}} = \frac{1}{R + L \cdot p + \frac{K_e^2}{f + J_{eq} \cdot p}}$$

$$H_m(p) = \frac{f + J_{eq} \cdot p}{(R + L \cdot p)(f + J_{eq} \cdot p) + K_e^2} = \frac{f + J_{eq} \cdot p}{(K_e^2 + R \cdot f) + (R \cdot J_{eq} + L \cdot f)p + L \cdot J_{eq} \cdot p^2}$$

$$H_m(p) = K_m \cdot \frac{1 + \tau_m \cdot p}{1 + \frac{2 \cdot z_m}{\omega_{0m}} \cdot p + \frac{1}{\omega_{0m}^2} \cdot p^2} \text{ avec } \begin{cases} K_m = \frac{f}{K_e^2 + R \cdot f} \\ \tau_m = J_{eq} / f \end{cases} \text{ et } \begin{cases} \frac{2 \cdot z_m}{\omega_{0m}} = \frac{R \cdot J_{eq} + L \cdot f}{K_e^2 + R \cdot f} \\ \omega_{0m}^2 = \frac{K_e^2 + R \cdot f}{L \cdot J_{eq}} \end{cases} \begin{cases} z_m = \frac{\omega_{0m}}{2} \cdot \frac{R \cdot J_{eq} + L \cdot f}{K_e^2 + R \cdot f} = \frac{R \cdot J_{eq} + L \cdot f}{2 \sqrt{L \cdot J_{eq} (K_e^2 + R \cdot f)}} \\ \omega_{0m} = \sqrt{\frac{K_e^2 + R \cdot f}{L \cdot J_{eq}}} \end{cases}$$

IV.2 - Asservissement du moteur en intensité

Question 28 Préciser, en justifiant, quelle valeur donner à K_{iu} , caractéristique du convertisseur IU.

$K_{iu}(\text{énoncé}) = K_{IU}(\text{Figure 13})$

On veut $\varepsilon(p) = 0$ quand $I(p) = I_c(p)$ quelle que soit la consigne $I_c(p)$ avec $\varepsilon(p) = K_{IU} \cdot I_c(p) - K_{capt} \cdot I(p)$.

Soit $0 = I_c(p) \cdot (K_{IU} - K_{capt})$

On doit donc régler $K_{iu} = K_{IU} = K_{capt}$

Question 29 Calculer l'expression littérale de l'erreur en régime permanent notée μ_s , pour une entrée indicielle (i.e. $I_c(p)$ est un échelon unitaire), en fonction de K_{iu} , K_p et K_m .

D'après le théorème de la valeur finale $\mu_s = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \varepsilon(p)$.

$$\text{Avec } I_c(p) = 1/p \text{ et } \varepsilon(p) = I_c(p) \cdot (1 - H_I(p)) = I_c(p) \cdot \left(1 - \frac{K'}{1+K'} \cdot \frac{1 + \tau_m \cdot p}{1 + \frac{2 \cdot z_m + K' \cdot \tau_m}{\omega_{0m}} \cdot p + \frac{1}{\omega_{0m}^2 (1+K')} \cdot p^2} \right)$$

$$\varepsilon(p) = \frac{1}{p} \cdot \left(\frac{1 + K' + \left(\frac{2 \cdot z_m}{\omega_{0m}} + K' \cdot \tau_m \right) \cdot p + \frac{1}{\omega_{0m}^2} p^2 - K' - K' \cdot \tau_m \cdot p}{(1 + K') \left(1 + \frac{\frac{2 \cdot z_m}{\omega_{0m}} + K' \cdot \tau_m}{1 + K'} p + \frac{1}{\omega_{0m}^2 (1 + K')} p^2 \right)} \right)$$

$$\varepsilon(p) = \frac{1}{p} \cdot \left(\frac{1 + \frac{2 \cdot z_m}{\omega_{0m}} \cdot p + \frac{1}{\omega_{0m}^2} p^2}{(1 + K') \left(1 + \frac{\frac{2 \cdot z_m}{\omega_{0m}} + K' \cdot \tau_m}{1 + K'} p + \frac{1}{\omega_{0m}^2 (1 + K')} p^2 \right)} \right)$$

$$\text{Soit } \mu_s = \frac{1}{1+K'} = \frac{1}{1+K_{iu} \cdot K_p \cdot K_m} \neq 0$$

Question 30 Conclure, lorsque cela est possible, quant au respect des sous-exigences de l'exigence « 1.7.1.1 » avec ce type de correcteur.

D'après Q29, $\mu_s \neq 0$. L'exigence 1.7.1.1.1 n'est pas satisfaite.

On relève une marge de phase $M\varphi \sim 105^\circ > 70^\circ$. L'exigence 1.7.1.1.4 est satisfaite.

On ne peut pas conclure sur les performances des exigences 1.7.1.1.2 et 1.7.1.1.3 (en boucle fermée) à partir des diagrammes de Bode en boucle ouverte de la figure 14.

D'après la suite du sujet, on suppose que l'exigence de « Rapidité-Bande passante » (1.7.1.1.3) porte sur la boucle ouverte.

Dans ce cas, on relève une pulsation de coupure $\omega_{\text{coupure}} \sim 15 \text{ rad/s} < 100 \text{ rad/s}$. L'exigence 1.7.1.1.3 n'est pas satisfaite.

Question 31 Préciser l'influence de ce correcteur sur les performances du système. Justifier le choix de ce type de correcteur dans le cas étudié.

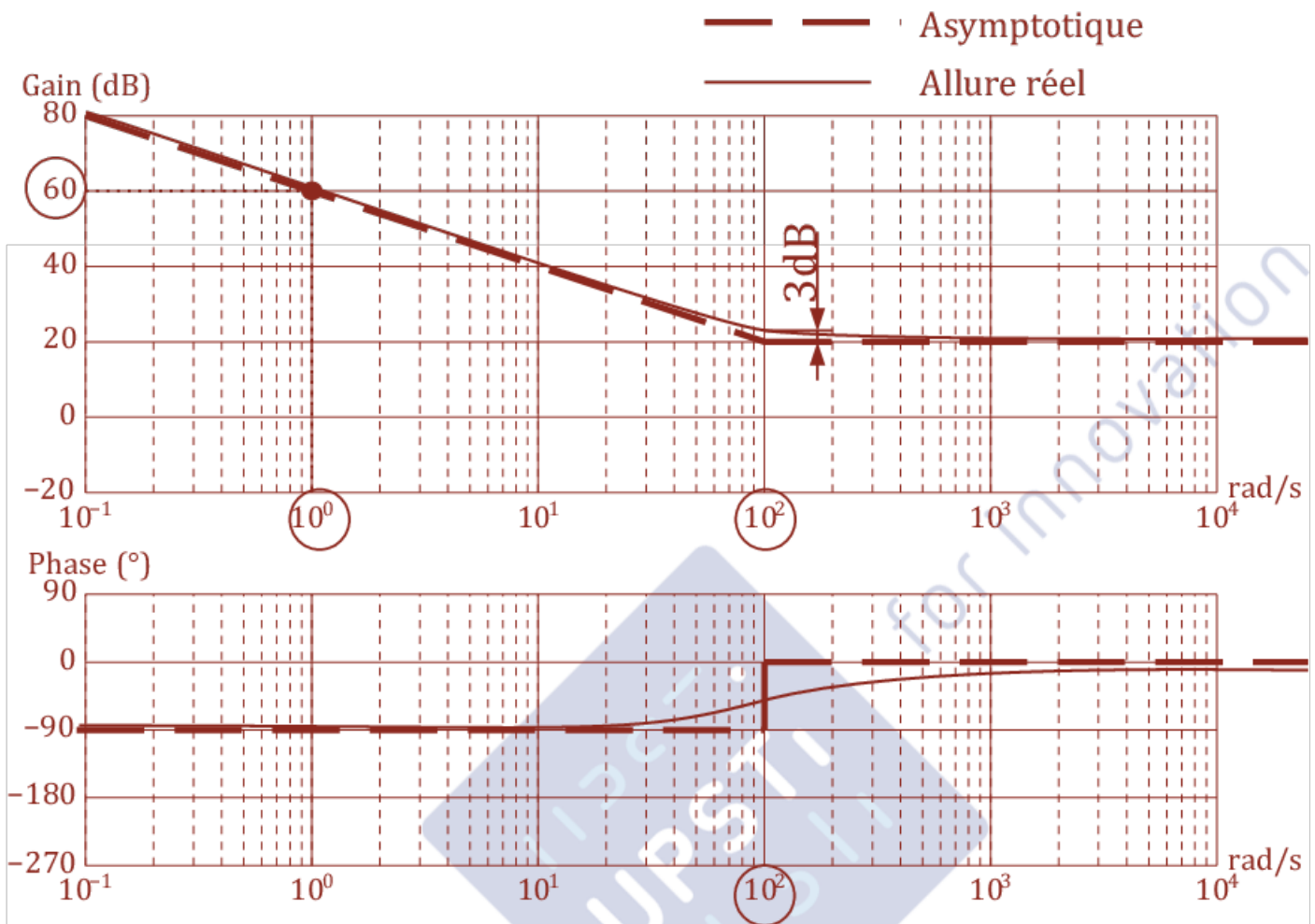
Le correcteur proportionnel intégral utilisé permet d'augmenter la classe de la BO et donc d'améliorer la précision pour satisfaire à l'exigence 1.7.1.1.1.

En compensation de pôle sur un pôle lent, ce correcteur peut améliorer le temps de réponse (cf. exigence 1.7.1.1.2). Mais sa phase négative peut nuire à la stabilité de l'ensemble (cf. exigence 1.7.1.1.4).

Question 32 Tracer sur le **DR4**, les diagrammes de Bode asymptotiques du correcteur, ainsi que l'allure des courbes réelles pour $K_p = 10$ et $K_i = 1000$. On précisera les valeurs numériques associées aux valeurs caractéristiques.

$$C(p) = K_p + \frac{K_i}{p} = K_i \cdot \frac{1}{p} \cdot \left(\frac{K_p}{K_i} \cdot p + 1 \right)$$

	ω	0	$\left(\frac{K_p}{K_i}\right)^{-1} = \frac{K_i}{K_p} = 100 \text{ rad/s}$	$+\infty$
K_i Gain pur	Gain	Horizontale à $20 \cdot \log(K_i) = 60 \text{ dB}$		
	Phase	Horizontale à 0°		
$\frac{K_p}{K_i} \cdot p + 1$ Inverse d'un 1 ^{er} ordre	Gain	Horizontale à 0 dB	Pente $+20 \text{ dB/décade}$	
	Phase	Horizontale à 0°	Horizontale à $+90^\circ$	
$\frac{1}{p}$ Intégrateur pur	Gain	Pente -20 dB/décade		
	Phase	Horizontale à -90°		



DR4 - Diagrammes de Bode du correcteur

Question 33 En suivant cette méthode, déterminer en justifiant la valeur numérique de K_p .

Sur la figure 14, la valeur de déphasage reste supérieure à 90° donc l'exigence de stabilité 1.7.1.1.4 est satisfaite indépendamment de la valeur de réglage de K_p .

On suppose que l'exigence de « Rapidité-Bande passante » (1.7.1.1.3) porte sur la boucle ouverte.

On veut obtenir une pulsation de coupure à 100 rad/s. Sur la figure 14, on relève $G_{dB}(100 \text{ rad/s}) = -16 \text{ dB}$ pour $K_p = 10$.

On doit donc multiplier K_p par $\lambda = 10^{16/20} \sim 6,31$. Soit $K_p = 63,1$ (sans unité).

Question 34 Déterminer alors la valeur numérique de K_i .

D'après Q32, on a une pulsation de cassure à $\frac{K_i}{K_p}$.

D'après le sujet, on veut régler $\frac{K_i}{K_p} = 10 \text{ rad/s}$ avec $K_p = 63,1$. Soit $K_i = 631 \text{ s}$.

Question 35 Commenter le résultat obtenu vis-à-vis de l'exigence « 1.7.1.1.4 ». Expliquer pourquoi, à partir des exigences du D6, cet asservissement n'est pas directement implanté en l'état dans le système.

Sur la figure 15, on relève une marge de phase $M\varphi \sim 85^\circ > 70^\circ$. L'exigence 1.7.1.1.4 est satisfaite.

Sur la figure 16, on relève un pic de tension au démarrage ; jusqu'à la date 0,007 s, la tension est supérieure à 60 V. Ce réglage ne permet pas de satisfaire à l'exigence « Tension moteur max » (1.6.1.1).

Question 36 Préciser quelle ultime modification a apporté le constructeur afin de respecter les exigences de l'asservissement.

Afin de de satisfaire à l'exigence 1.6.1.1, le constructeur a ajouté une saturation en tension à 60 V. Celle-ci est visible sur 15 ms en début d'évolution.

Le temps de réponse à 5% apparaît un peu dégradé mais reste compatible avec les 0,09 s attendues.

V - Gestion du parc de Hublex (Informatique Pour Tous)

Objectif : analyser et concevoir des fonctions informatiques nécessaires à un programme permettant la gestion d'une flotte de Hublex.

Question 37 Proposer en langage SQL une requête permettant d'obtenir, pour toutes les réservations valides du 7 mai 2020, leur numéro, leur heure de début et leur durée.

D'après l'exemple de table donné dans le tableau 1.

```
SELECT Num_reservation, Deb, Fin-Deb AS 'Durée' FROM reservations
WHERE Date='07/05/2020' AND Validite='Vrai'
```

Question 38 Proposer en langage SQL une requête permettant d'obtenir l'ensemble des informations concernant les utilisateurs ayant effectué au moins une réservation valide sur la période allant du 4 mai 2020 au 7 mai 2020.

```
SELECT DISTINCT utilisateurs.* FROM utilisateurs JOIN reservations ON
(utilisateurs=Num_utilisateurs)
WHERE Validite='Vrai' AND Date BETWEEN '04/05/2020' AND '07/05/2020'
```

Question 39 Donner le nom de l'algorithme de tri utilisé et sa complexité moyenne. Donner également la complexité dans le pire et le meilleur des cas en précisant les propriétés que les listes doivent remplir pour être dans chacun de ces deux cas.

L'algorithme utilisé est un algorithme de tri par insertion. Sa complexité moyenne est en $O(n^2)$.

Sa complexité dans le pire des cas est en $O(n^2)$ quand la liste est inversée par rapport à l'ordre de tri recherché.

Sa complexité dans le meilleur des cas est en $O(n)$ quand la liste est déjà triée.

Question 40 Écrire en langage Python une fonction `conflit2(R1,R2)` prenant en argument deux listes représentant deux réservations R1 et R2 et renvoyant un booléen indiquant si les deux réservations sont en conflit potentiel, c'est-à-dire que l'intersection de leurs deux créneaux horaires est non vide.

Par exemple `conflit2([5,14,3],[7,9,8])` renvoie **True** (la réservation numéro 7 se termine à 17h, après le début de la réservation numéro 5) et `conflit2([5,14,3],[6,12,2])` renvoie **False** (la réservation numéro 6 se termine à 14h, soit avant ou au début de la réservation numéro 5).

```
def conflit2(R1,R2):  
    """renvoie un booléen indiquant si Les deux réservations sont en conflit  
    potentiel"""  
    conflit=False  
    if R1[1]>= R2[1] and R2[1]+R2[2]>R1[1]:  
        conflit=True  
    elif R1[1]<R2[1] and R1[1]+R1[2]>R2[1]:  
        conflit=True  
    return conflit
```

Question 41 En exploitant la fonction `conflit2`, écrire en langage Python une fonction `sans_conflitL(R1,L)` prenant deux arguments : une liste R1 représentant une réservation et une liste L contenant plusieurs listes (liste de listes) représentant des réservations. Cette fonction devra renvoyer un booléen indiquant si la réservation R1 est en conflit avec au moins l'une des réservations contenues dans L.

Par exemple `sans_conflitL([5,14,3],[[4,17,2],[6,12,2],[2,18,1]])` renvoie **True** et `sans_conflitL([5,14,3],[[7,9,8],[3,11,4],[1,9,3]])` renvoie **False**.

```
def sans_conflitL(R1,L):  
    """renvoie un booléen indiquant si La réservation R1 est en conflit avec  
    au moins une des réservations contenues dans L"""  
    for reservation in L:  
        if conflit2(R1,reservation):  
            return False  
    return True
```

Question 42 Écrire en langage Python une fonction `ind_max` de complexité linéaire prenant en argument une liste et renvoyant l'indice de position de la valeur maximale.

Par exemple, `ind_max([3,5,8,6,7])` renvoie 2 et `ind_max([5,9,4,9])` renvoie 1. On n'utilisera pas les fonctions/méthodes définies dans Python comme la fonction `max` ou la méthode `index` propre aux listes.

```
def ind_max(liste):  
    """renvoie l'indice de position de la valeur maximale (indice de la 1ère  
    occurrence si la valeur maxi est présente plusieurs fois)"""  
    indice=0  
    val_max=liste[indice]  
    for i in range(1,len(liste)):  
        if liste[i]> val_max:  
            indice=i  
            val_max =liste[indice]  
    return indice
```

Question 43 Justifier de l'utilité de la ligne `L=charge.copy()` de la fonction `ordre_hublex`.

La méthode `copy` permet d'assigner à `L` une référence à une nouvelle liste (un espace mémoire différent). Cette nouvelle liste est une copie de la liste référencée par la variable `charge`.

Une modification de `L` n'affectera pas `charge`.

L'instruction `L=charge` copie la référence au même espace mémoire. Une modification de la liste référencée par `L` affectera donc également la liste référencée par `charge`.

Question 44 En exploitant les fonctions définies dans les questions précédentes, compléter, sur le **DR5**, en langage Python, les lignes 11 et 12 de la fonction `insertion_reservation`. Cette fonction prend en argument une liste `charge` contenant la charge pour chaque Hublex, une liste `planning` contenant le planning actuel et une liste `reserv` représentant la réservation à insérer.

```
def insertion_reservation(charge,planning,reserv):  
    """insère une tache en fonction de La charge"""  
    nbre=len(planning)  
    Lj=ordre_hublex(charge)  
    j=0  
    flag=True  
    while j<nbre and flag:  
        num_hublex=Lj[j]  
        possible=sans_conflitL(reserv,planning[num_hublex])  
        if possible:  
            planning[num_hublex].append(reserv) # ligne 11 à compléter  
            flag=False # ligne 12 à compléter  
            charge[num_hublex]+=reserv[2]  
        else:  
            j+=1
```