

Proposition de corrigé

Concours : X-ENS

Année : 2022

Filière : PSI

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](https://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Etude d'un gyrostabilisateur Seakeeper 35 pour bateau

Corrigé UPSTI

INTRODUCTION

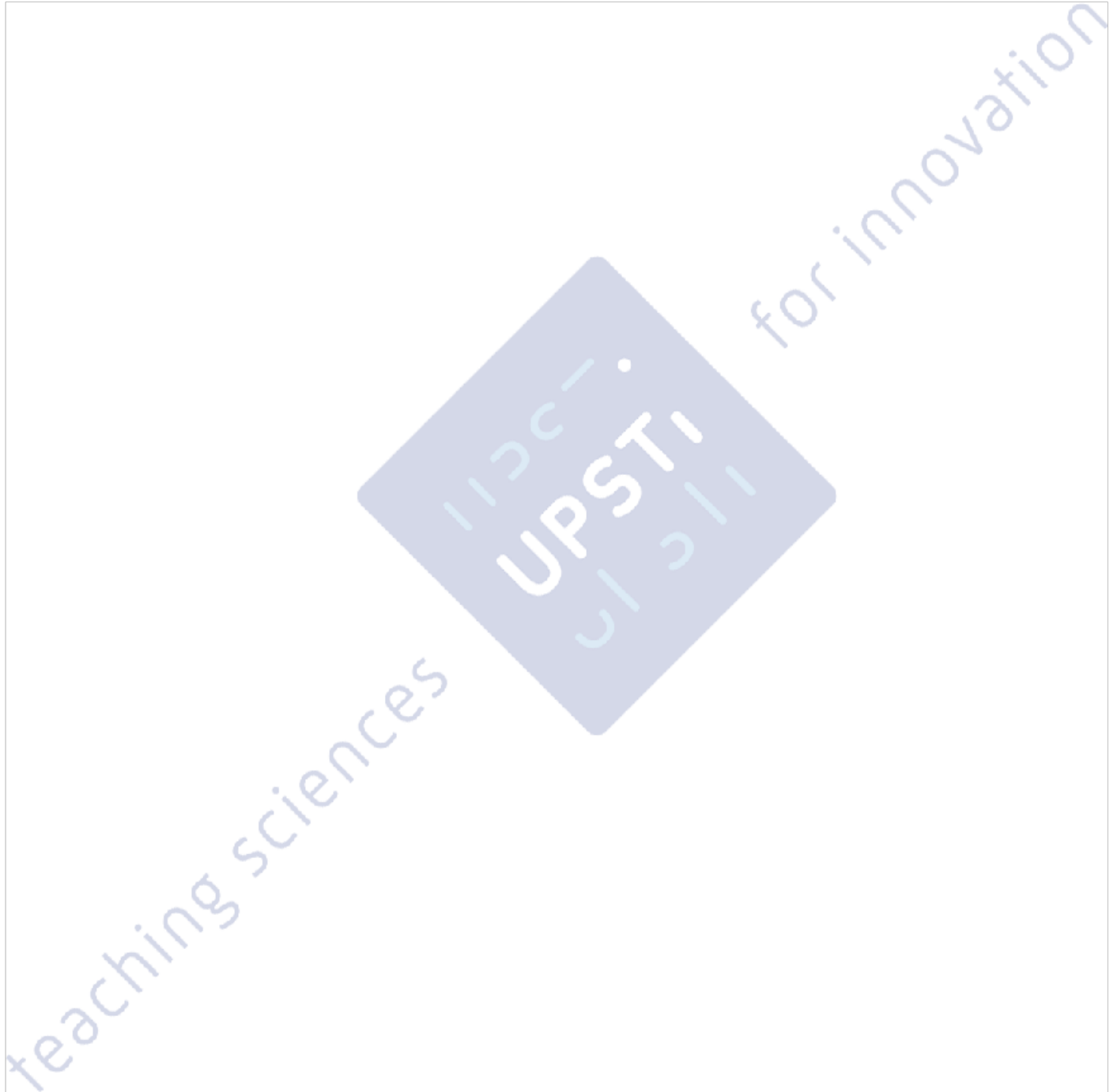
Question 1 Afin de comparer ces trois systèmes de stabilisation, donner pour chaque système deux avantages et deux inconvénients

SYSTEME	AVANTAGES	INCONVENIENTS
FOILS PILOTES	- Pilotage précis et rapide - Peu ou pas d'encombrement intérieur, léger	- Nécessite une vitesse importante du bateau pour fonctionner - Sensible aux chocs avec les éléments extérieurs au bateau
MASSE EMBARQUEE MOBILE	- Exploitable pour toutes les vitesses du bateau, pilotable sans mise en action préalable. - Pas de pertes hydrodynamiques	- Encombrement intérieur important, lourd - Peu exploitable pour des fréquences importantes (limites sur les vitesses de déplacement des masses)
STABILISATEUR GYROSCOPIQUE	- Robuste - Compensation passive du roulis par effet gyroscopique, fonctionne quelle que soit la fréquence de la houle a priori	- Nécessite une mise en action du système (temps de démarrage). - Consomme de l'énergie

Question 2 Expliquer la raison qui conduit à essayer de stabiliser un navire dans le sens du roulis mais jamais dans le sens du tangage.

Le roulis est un mouvement de rotation suivant l'axe d'avancée du bateau (peut être vu comme un mouvement parasite généré par des forces orthogonales au mouvement) alors que le tangage est un mouvement de rotation suivant un axe perpendiculaire à l'axe d'avancée mais généré par l'avancée du bateau sur les vagues. Il semble inutile voire dangereux d'empêcher le bateau de suivre les ondulations de la surface lors de son mouvement d'avancée.

A l'arrêt (bateau au port) au vu des dimensions du bateau (largeur beaucoup plus faible que longueur), les vagues auront tendance à générer un roulis beaucoup plus important que le tangage pour une houle équivalente.



I - Etude de l'installation du gyrostabilisateur dans un bateau

Question 3 Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle de la fixation par collage des pattes sur les longerons.

La liaison équivalente réalisée entre la structure temporaire et les longerons est une liaison glissière (1 mobilité).

Cette glissière est réalisée par l'intermédiaire de 12 liaisons appui plan. On a donc ici un degré d'hyperstatisme de 31 (36 blocages alors que 5 sont nécessaires).

$$h = m - 6(p - 1) + N_s = 1 - 6 + 36 = 31$$

Question 4 Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle de la fixation du gyrostabilisateur (sans boulon).

La liaison équivalente entre les longerons et le SeaKeeper 35 est une liaison appui plan (3 mobilités).

Le système de fixation est composé de 3 pièces, 4 liaisons appui plan et 4 liaisons pivot.

$$h = m - 6(p - 1) + N_s = 3 - 30 + 32 = 5$$

Question 5 Déterminer le nouveau degré d'hyperstatisme du modèle de fixation du gyrostabilisateur en prenant en compte les 8 boulons pour chaque assemblage chape - patte de fixation (et longerons).

Le nombre de mobilités est augmenté de 1 pour chaque boulon. Les trois mobilités de l'appui plan sont supprimées.

N_s est augmenté de 9 pour chaque boulon.

On a un nombre de boulons égal à 32 (8 boulons pour chaque assemblage).

$$h = m - 6(p - 1) + N_s = 32 - 6 \times 37 + 32 + 32 \times 9 = 130$$

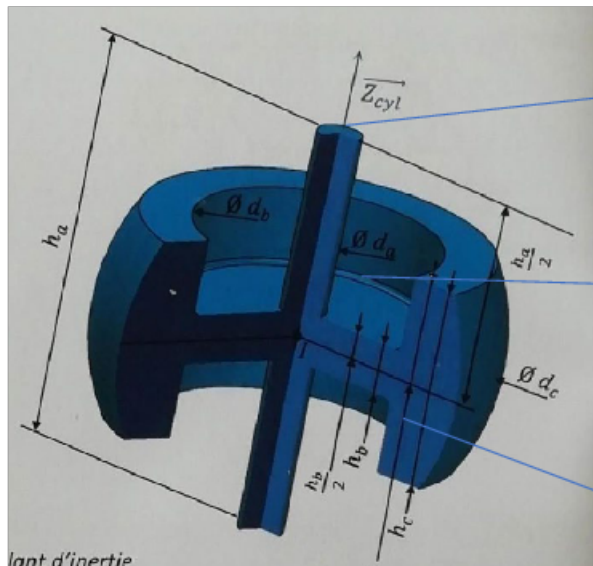
Question 6 Expliquer, pour chaque modèle des questions 3, 4 et 5, comment techniquement le constructeur parvient à s'affranchir des conséquences néfastes des degrés d'hyperstatisme.

Pour le modèle de la question 3, l'injection de colle permettra de venir combler les éventuels jeux entre les pattes et les longerons. Des jeux de montage suffisants peuvent donc être prévus pour éviter les conséquences de l'hyperstatisme.

Pour le modèle de la question 4, il faut garantir des conditions géométriques (localisation) afin de permettre un montage correct, en particulier, les différentes liaisons pivots doivent avoir leurs axes contenus dans un même plan et les chapes doivent être réalisées de manière identique (contrôle de la localisation de l'axe de la pivot par rapport au plan d'appui). Les 8 pattes de fixation sont positionnées via la structure temporaire. On peut imaginer que cette structure va resservir pour d'autres assemblages et a donc une réalisation géométrique très précise.

Au niveau des assemblages boulonnés, le modèle de liaison peut être remis en cause car en réalité le constructeur laissera des jeux de montage suffisant (le contact cylindrique n'est pas souhaité au niveau de l'assemblage boulonné, ce sont les zones planes sous tête qui réalisent l'assemblage).

Question 7 Expliquer la démarche puis déterminer de manière littérale le moment d'inertie autour de l'axe $(I, \vec{z}_3)$ du volant d'inertie, en fonction des masses m_a , m_b et m_c et des caractéristiques géométriques.



Cylindre de hauteur h_a et de diamètre d_a :

- Moment d'inertie de la forme $M \frac{R^2}{2}$ soit ici $m_a \frac{d_a^2}{8}$

Cylindre de hauteur h_b et de diamètre d_b percé par un diamètre d_a

- Moment d'inertie de la forme $M \frac{R^2 + r^2}{2}$ soit ici $m_b \frac{d_a^2 + d_b^2}{8}$

Cylindre de hauteur h_a et de diamètre d_c percé par un diamètre d_b

- Moment d'inertie de la forme $M \frac{R^2 + r^2}{2}$ soit ici $m_c \frac{d_b^2 + d_c^2}{8}$

Remarque : détail du calcul pour un cylindre de hauteur h_b et de diamètre d_b percé par un diamètre d_a

Pour le cylindre plein de diamètre d_b :

$$I_1 = M \frac{r_b^2}{2} = \rho \pi r_b^2 h_b \frac{r_b^2}{2} = \rho \pi h_b \frac{r_b^4}{2}$$

Pour la partie creuse, on calcule le moment d'inertie qui viendra se soustraire à I_1

$$I_2 = \rho \pi h_b \frac{r_a^4}{2}$$

Le moment d'inertie recherché vaut donc :

$$I = I_1 - I_2 = \rho \pi h_b \frac{r_b^4 - r_a^4}{2} = \rho \pi h_b (r_b^2 - r_a^2) \frac{r_b^2 + r_a^2}{2} = m_b \frac{r_b^2 + r_a^2}{2} = m_b \frac{d_b^2 + d_a^2}{8}$$

$$C_3 = m_a \frac{d_a^2}{8} + m_b \frac{d_a^2 + d_b^2}{8} + m_c \frac{d_b^2 + d_c^2}{8}$$

Question 8 Calculer l'énergie nécessaire à la mise en rotation du volant d'inertie

Avec $C_3 = 80 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

Le volant est entraîné à 5000 tr/mn soit environ $523 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

L'énergie apportée en Joules est alors égale à l'énergie cinétique du volant

$$E_c = \frac{1}{2} C_3 \omega_{volant}^2 \approx 11 MJ$$

Question 9 Evaluer s'il est possible de mettre en service le stabilisateur gyroscopique sans être relié au réseau électrique terrestre et sans mettre en fonctionnement les générateurs de courant.

L'énergie accumulée dans les batteries est égale à :

$$E_{batteries} = 3 \times 12 \times \underbrace{100 \times 3600}_{En A.s} \approx 12,96 MJ$$

Il est possible de mettre en œuvre le stabilisateur gyroscopique à partir des seules batteries a priori mais les batteries ne peuvent alors presque plus être utilisées pour les fonctions auxquelles elles sont initialement destinées (presque pas de réserve énergétique).

Question 10 Expliquer les conséquences d'une consommation de courant importante pendant une longue durée.

La consommation de courant trop importante pendant une longue durée va créer un échauffement trop important au niveau des bobinages du moteur, ce qui risque de brûler l'isolant et de détériorer le moteur. D'ailleurs, un critère de dimensionnement des moteurs est lié à la résistance thermique (implique de ne pas utiliser à couple élevé sur une durée trop longue).

Question 11 Par une étude énergétique et en expliquant les hypothèses réalisées (en particulier sur la courbe caractéristique du moteur), déterminer le temps nécessaire au volant d'inertie pour atteindre sa vitesse nominale. Faire l'application numérique.

En appliquant le TEC et en considérant un couple résistant négligé sur l'arbre de rotation. Le système gyroscopique est considéré bloqué et seule la rotation de l'arbre moteur est prise en compte :

$$\frac{d}{dt} E_c = \sum P_{ext} + \sum P_{int}$$

Ce qui se simplifiera ensuite en : $C_3 \frac{d \omega_{volant}}{dt} = C_{mot}$

Le couple moteur maximal utilisable est de 12 Nm jusqu'à une vitesse de 3000 tr/mn, ensuite, la limitation se fera par la puissance maximale P_{max} limitée à 5000 W

On a alors $\frac{d \omega_{volant}}{dt} = \frac{P_{max}}{C_2 \omega}$. (valeur de $\frac{d \omega_{volant}}{dt}$ de 0,15 à 3000 tr/mn et 0,12 à 5000 tr/mn)

La durée de la première phase est facile à estimer :

$$T_1 = \frac{3000 \times \frac{2\pi}{60}}{12} \times 80 \approx 2080 s$$

Pour calculer la durée de la deuxième phase on peut commencer par calculer la variation d'énergie cinétique du volant entre la situation initiale et la situation finale :

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} J_{volant} (\omega_{mfinal}^2 - \omega_{minit}^2) = \frac{1}{2} 80 (5000^2 - 3000^2) \left(\frac{2\pi}{60} \right)^2$$

$$T_2 = \frac{\Delta E_c}{P_{max}} = \frac{\frac{1}{2} 80 (5000^2 - 3000^2) \left(\frac{2\pi}{60}\right)^2}{5000} \approx 1402s$$

$$T_{total} = T_1 + T_2 \approx 3482s$$

La durée de la phase de mise en mouvement est d'environ une heure.

Question 12 Déterminer sous forme canonique les fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$.

En appliquant directement la formule de Black :

$$H_1(p) = \frac{\frac{1}{2R_b + 2L_b p} 2K_i \frac{1}{C_3 p + f}}{1 + \frac{1}{2R_b + 2L_b p} 2K_i \frac{1}{C_3 p + f} 2K_e} = \frac{2K_i}{(2R_b + 2L_b p)(C_3 p + f) + 4K_i K_e}$$

$$H_1(p) = \frac{\frac{2K_i}{4K_i K_e + 2R_b f}}{1 + \frac{2R_b C_3 + 2L_b f}{4K_i K_e + 2R_b f} p + \frac{2L_b C_3}{4K_i K_e + 2R_b f} p^2} = \frac{\frac{K_i}{2K_i K_e + R_b f}}{1 + \frac{R_b C_3 + L_b f}{2K_i K_e + R_b f} p + \frac{L_b C_3}{2K_i K_e + R_b f} p^2}$$

$$H_2(p) = -\frac{2R_b + 2L_b p}{2K_i} H_1(p) = -\frac{\frac{R_b(1 + \frac{L_b}{R_b} p)}{2K_i K_e + R_b f}}{1 + \frac{R_b C_3 + L_b f}{2K_i K_e + R_b f} p + \frac{L_b C_3}{2K_i K_e + R_b f} p^2}$$

Question 13 Expliquer les conditions qui permettent de négliger f . Valider numériquement que cette hypothèse est pertinente

Pour négliger f , il faut vérifier :

$$f \ll \frac{R_b C_3}{L_b} \text{ (condition 1) et } f \ll \frac{2K_i K_e}{R_b} \text{ (condition 2)}$$

Numériquement, la condition 1 donne :

$$10^{-5} \ll \frac{400}{0,05} \text{ vérifiée et } 10^{-5} \ll \frac{2 \times 0,25}{5} \text{ vérifiée}$$

On peut voir un facteur 10^4 entre les deux facteurs au moins donc l'hypothèse semble pertinente.

Question 14 expliquer les conditions qui permettent d'associer au moteur une fonction de transfert d'ordre 1. Démontrer numériquement la pertinence de cette hypothèse.

Pour évaluer la validité d'une fonction de transfert d'ordre 1 on peut évaluer la valeur du coefficient d'amortissement. On prendra la fonction de transfert simplifiée avec f négligé pour les applications numériques.

$$H_1(p) = \frac{\frac{1}{2K_e}}{1 + \frac{R_b C_3}{2K_i K_e} p + \frac{L_b C_3}{2K_i K_e} p^2} \text{ soit } \omega_0 = \sqrt{\frac{2K_i K_e}{L_b C_3}} \text{ et } \xi = \frac{1}{2} \frac{R_b \sqrt{C_3}}{\sqrt{2K_i K_e} L_b} \approx 140$$

Avec $\xi \gg 1$, il y aura un pôle dominant et dans ce cas, le terme en p^2 est négligeable devant le terme en p et la fonction de transfert prend la forme :

$$H_1(p) = \frac{\frac{1}{2K_e}}{1 + \frac{R_b C_3}{2K_i K_e} p}$$

Question 15 déterminer l'écart statique en position et la sensibilité de la vitesse de sortie à la perturbation.

La fonction de transfert en boucle ouverte est de classe 0, il faut calculer le gain statique afin d'avoir l'erreur en position.

$$FTBO(p) = K_{vit} C_i(p) \frac{\frac{1}{2K_e}}{1 + \frac{R_b C_3}{2K_i K_e} p} = \frac{\frac{1}{2K_e}}{1 + \frac{R_b C_3}{2K_i K_e} p}$$

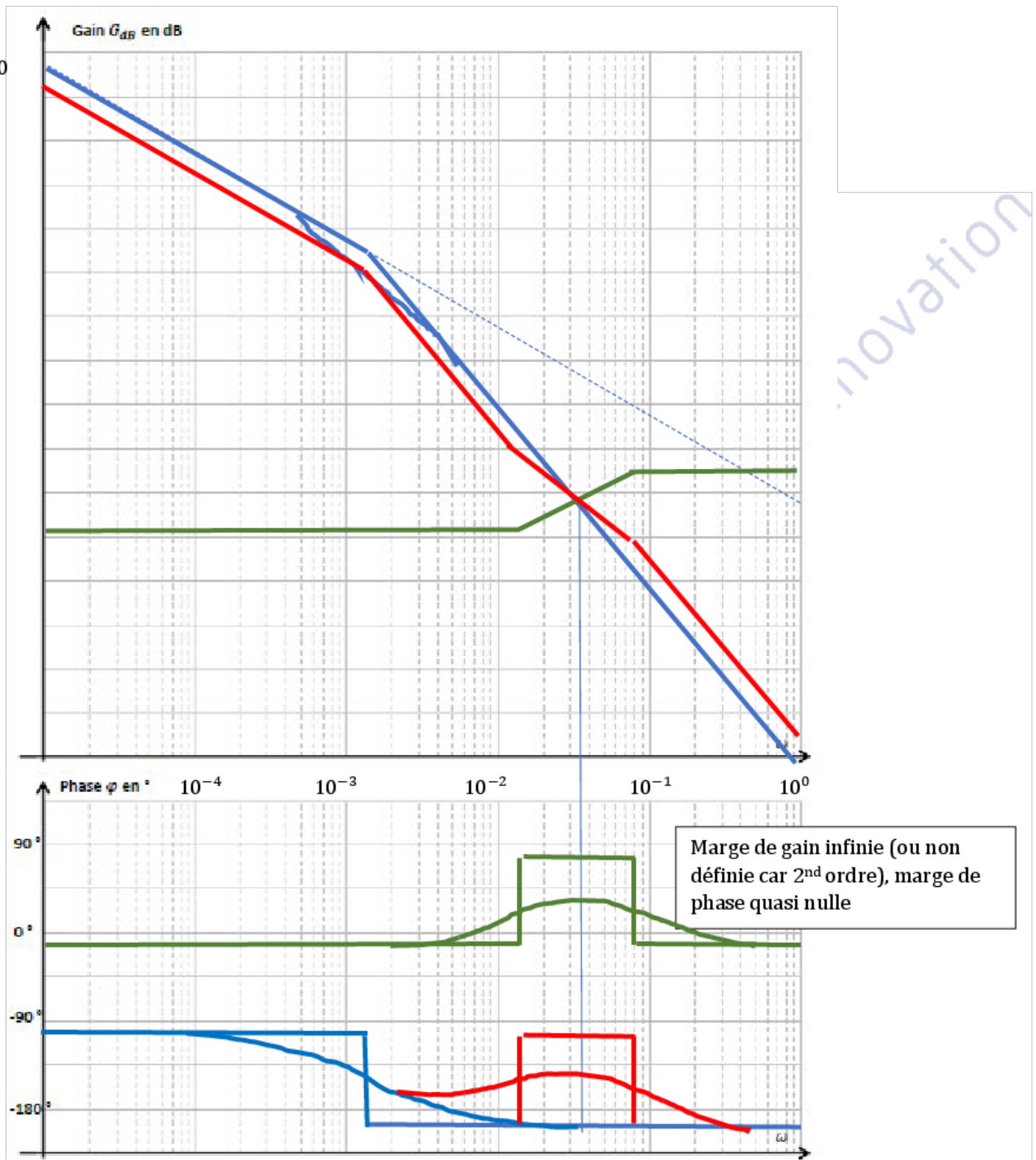
Ainsi, $K_{BO} = \frac{1}{2K_e}$ et $e_s = \frac{1}{1 + \frac{1}{2K_e}} \omega_0$ soit une erreur de 50%

L'erreur liée à la perturbation vaut $e_{sp} = \frac{K_{BO}}{1 + K_{BO}} \frac{R_b}{K_{vit} k_i} C_0 = \frac{2K_e}{1 + 2K_e} \frac{R_b}{K_{vit} k_i} C_0$

AN : $e_{sp} = 5C_0$ avec C_0 valeur du couple de perturbation. Les valeurs de perturbations sont absentes mais on voit que le système est sensible aux perturbations.

Question 16 en traçant en bleu sur le document réponse (DR1) un diagramme de Bode asymptotique ainsi qu'un diagramme de Bode réel approché, faire apparaître graphiquement les marges de phase et de gain du système corrigé par le correcteur $C_2(p)$.

$$FTBO(j\omega) = K_{vit} \frac{1}{p} \frac{\frac{1}{2K_e}}{1 + \frac{R_b C_3}{2K_i K_e} p} = \frac{1}{p(1 + 800p)}$$



Question 17 justifier qu'en pratique le constructeur fasse le choix d'un capteur de position du volant d'inertie pour générer la consigne au moteur.

Il est plus simple de placer un capteur de position de type codeur incrémental (souvent intégré au moteur) qu'une génératrice tachymétrique. En pratique, le moteur étant une machine asynchrone triphasée, pour réaliser un pilotage vectoriel de la machine, il est nécessaire de connaître la position du rotor, d'où la nécessité d'un capteur de position plutôt que d'un capteur de vitesse.

Question 18 proposer une démarche de réglage de ce correcteur pour obtenir une marge de phase d'environ 45° sans modifier la bande passante (ω_{dB} inchangée). Mettre en œuvre cette démarche pour déterminer K , a , et T et tracer sur le document réponse (DR 1) :

- en rouge le diagramme de Bode (asymptotique et réel) de la fonction de transfert du système corrigé par $C_3(p)$
- en vert la fonction de transfert uniquement du correcteur $C_3(p)$.

Le correcteur à avance de phase apportera un supplément de phase maximal à la pulsation $\frac{1}{\tau\sqrt{a}}$. Le lien entre le supplément de phase apporté et la valeur de a est le suivant : $\sin \phi_{max} = \frac{a-1}{a+1}$

De plus, à la pulsation $\frac{1}{\tau\sqrt{a}}$ le gain apporté vaut $20 \log K + 10 \log a$

On souhaite conserver la bande passante, ainsi, $20 \log K + 10 \log a = 0$ et $K = \frac{1}{\sqrt{a}}$

On souhaite placer la pulsation où la phase est rajoutée à $\omega = \frac{1}{\tau\sqrt{a}} \approx 0,033 \text{ rad.s}^{-1}$

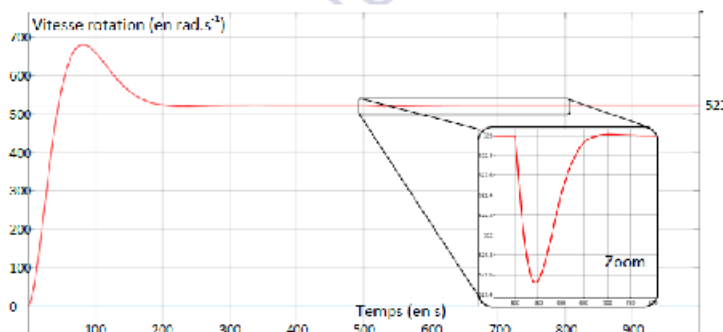
Enfin, on résout $\sin \phi_{max} = \frac{a-1}{a+1}$ avec ϕ_{max} marge de phase souhaitée dans le cahier des charges (45°)

On obtient :

- $a = \frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \approx 5,8$
- $\tau = \frac{1}{\omega_{dB}\sqrt{a}} \approx 12,5$
- $K = \frac{1}{\sqrt{a}} \approx 0,4$

Remarque : en vert, seule la partie avance de phase du correcteur est tracée pour plus de clarté mais le sujet demandait le correcteur $C_3(p)$ (intégrateur à rajouter)

Question 19 évaluer graphiquement le temps de réponse à 5% de la valeur finale. Vis-à-vis du moteur, par un raisonnement quantitatif, montrer que ce modèle est peu pertinent lors du démarrage du volant d'inertie.



On a évalué en Q7 à Q11 un temps de démarrage d'un ordre de grandeur 10 fois plus élevé en basant le calcul sur les caractéristiques du couple moteur. Un tel temps de démarrage nécessiterait un couple (et une puissance) moteur au moins 10 fois plus élevés que les valeurs existantes ce qui montre que le modèle est peu pertinent (absence de saturations).

Une application numérique rapide montre que

la phase d'accélération (passage à la vitesse maxi en environ 40 secondes) nécessite un couple moteur de l'ordre de 800 Nm impossible pour le moteur choisi.

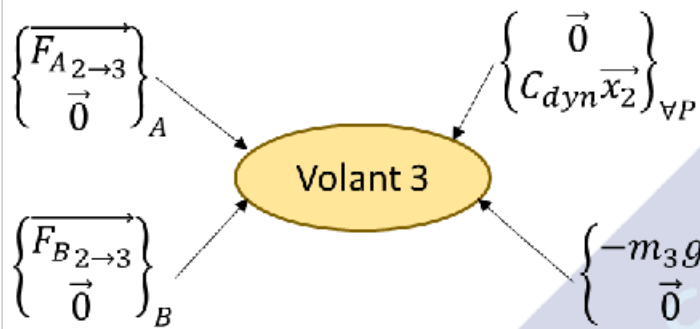
Question 20 évaluer la performance du modèle par rapport au cahier des charges.

Le système tend vers la valeur de consigne y compris en l'absence de perturbation. On peut conclure que le modèle valide le respect du cahier des charges. Même pendant le régime transitoire (à l'apparition de la perturbation), la variation de vitesse est inférieure à 1% (ordre de 0,05% plutôt).

Le critère de marge de phase est a priori validé puisque lié au réglage de la question 18.

Question 21 à l'aide du principe fondamental de la statique, déterminer les actions radiales F_{RA} et F_{RB} dans les roulements en A et B pour ces conditions extrêmes. En déduire les actions axiales F_{aA} et F_{aB} . Faire les applications numériques.

On isole le volant d'inertie 3 et on effectue le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures appliquées au volant :



On notera : $\overrightarrow{F_{A2-3}} = F_{RA}\overrightarrow{y_2} + F_{aA}\overrightarrow{z_3}$

On émettra l'hypothèse que $\overrightarrow{z_0}$ et $\overrightarrow{z_3}$ sont alignés. Dans ces conditions, le TMS appliqué au point I donne :

$$\overrightarrow{IB} \wedge \overrightarrow{F_{B2-3}} + \overrightarrow{IA} \wedge \overrightarrow{F_{A2-3}} + C_{dyn}\overrightarrow{x_2} = \vec{0} \text{ soit sur } \overrightarrow{x_2} ; \frac{l}{2}F_{RB} - \frac{l}{2}F_{RA} + C_{dyn} = 0$$

$$\text{Et } \overrightarrow{F_{RB2-3}} + \overrightarrow{F_{RA2-3}} = \vec{0} \text{ soit } F_{RA} = -F_{RB}$$

$$\text{On obtient : } F_{RA} = -F_{RB} = \frac{C_{dyn}}{1}$$

$$\text{Comme on souhaite } F_{aB} = \nu F_{RB} \text{ on a } F_{aB} = -\nu \frac{C_{dyn}}{1}$$

$$\text{Enfin, le TRS en projection sur } \overrightarrow{z_3} \text{ nous donne } F_{aA} + F_{aB} = m_3 g \text{ soit } F_{aA} = m_3 g - \nu \frac{C_{dyn}}{1}$$

$$\text{AN : } |F_{RA}| = |F_{RB}| \approx 100 \text{ kN}$$

$$F_{aB} \approx -115 \text{ kN et } F_{aA} \approx 125 \text{ kN}$$

Question 22 dans ces nouvelles conditions, calculer numériquement les actions F_{RA}' et F_{RB}' , F_{aA}' et F_{aB}' dans les roulements.

Dans ces nouvelles conditions, les équations sont les mêmes mais avec $C_{dyn} = 0$

L'effort radial est alors nul et les efforts F_{aA} et F_{aB} sont inchangés puisque liés à la précharge dans les roulements (et indépendants de l'effort radial).

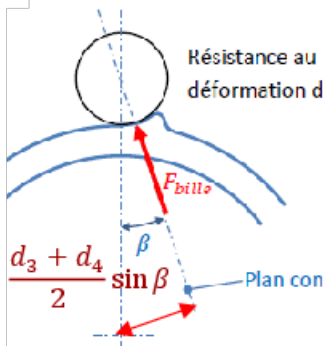
Question 23 dans un roulement subissant une charge F_a déterminer l'action de contact ponctuel F_{bille} entre une seule bille et la bague intérieure du roulement en fonction de F_a et de l'angle α .

En écrivant le TRS à la bague intérieure du roulement en projection sur l'axe de rotation du roulement :

$$-F_a + 9 F_{bille} \sin \alpha = 0 \text{ et donc } F_{bille} = \frac{F_a}{9 \sin \alpha}$$

Question 24 déterminer le couple résistant Cr_{bille} au niveau d'un roulement en fonction de F_{bille} et de la géométrie du roulement à billes.

Il s'agit de déterminer le bras de levier de la force F_{bille} .



On se place ici au niveau de la bague intérieure. Le bras de levier de la force est tracé sur la figure ci-contre.

On obtient donc :

$$Cr_{bille} = 9 F_{bille} \frac{d_3 + d_4}{2} \sin \beta$$

Question 25 déterminer de manière littérale la puissance perdue par la résistance au roulement dans les deux roulements à billes. Faire l'application numérique.

Pour un roulement à billes :

$$Cr_{bille} = \frac{F_a}{\sin \alpha} \frac{d_3 + d_4}{2} \sin \beta \approx \frac{F_a (d_3 + d_4) \beta}{2 \alpha} \text{ et la puissance perdue par roulement vaut } P = -Cr_{bille} \omega_m$$

$$P_{Roulements} = -2 Cr_{bille} \omega_m \approx \frac{F_a (d_3 + d_4) \beta}{\alpha} \omega_m$$

$$AN : P_{Roulements} \approx \frac{120000 \times (0,085 + 0,034) \times 0,0015}{10} \times 523 \approx 1120W$$

Question 26 déterminer, en fonction uniquement du diamètre d_3 de la bague intérieure (3) et de sa vitesse de rotation $\dot{\theta}_3$, la vitesse du point C appartenant à la pièce 4 par rapport à la pièce (2), notée : $\vec{V}_{C,4/2}$. Calculer numériquement la vitesse $\|\vec{V}_{C,4/2}\|$.

Les deux relations de roulement sans glissement se traduisent par :

$$\vec{V}_{I_1,3/4} = \vec{0} \text{ et } \vec{V}_{I_2,4/2} = \vec{0}$$

$$\text{On sait également que } \vec{V}_{I_1,3/2} = \dot{\theta}_3 \frac{d_3}{2} \vec{y}_4$$

$$\text{Ainsi, } \vec{V}_{I_1,3/4} = \vec{0} \text{ équivaut à } \vec{V}_{I_1,4/2} = \dot{\theta}_3 \frac{d_3}{2} \vec{y}_4 \text{ et } \vec{V}_{I_2,4/2} = \vec{0}$$

Le champ des vecteurs vitesses (relation de Varignon) du mouvement 4/2 entraîne :

$$\vec{V}_{C,4/2} = \frac{\vec{V}_{I_2,4/2} + \vec{V}_{I_1,4/2}}{2} = \dot{\theta}_3 \frac{d_3}{4} \vec{y}_4 \text{ car } \overrightarrow{I_1 C} = \frac{1}{2} \overrightarrow{I_1 I_2}$$

$$\|\vec{V}_{C,4/2}\| = \dot{\theta}_3 \frac{d_3}{4} \approx 11,1 \text{ m.s}^{-1}$$

Question 27 déterminer littéralement la puissance perdue par une bille dans l'air. En déduire la perte énergétique théorique dans les deux roulements à billes due aux forces de trainée sur les billes. Faire l'application numérique et conclure.

Le nombre de Reynolds vaut ici :

$$Re = 70000 \times \|\vec{V}_{C_{A/2}}\| \times d_4 \approx 26200$$

Pour cette valeur de Re le C_x est proche de 0,45.

La puissance perdue par une bille dans l'air vaudra :

$$P_{bille} = F_{Trainee} V = \frac{1}{2} \rho S C_x V^3$$

On a 18 billes dans les deux roulements et la perte vaudra :

$$P_{billes} = 18 \times F_{Trainee} V = 18 \times \frac{1}{2} \rho \pi \frac{d_4^2}{4} C_x V^3 = 9 \times 1,2 \times \pi \times \frac{0,034^2}{4} \times 0,45 \times 11,1^3 \approx 6W$$

Les pertes par frottement fluide sont faibles par rapport aux pertes par la résistance au roulement. L'ensemble des pertes (supérieures à 1000 W) est assez élevé par rapport à la puissance moteur (plus de 20%).

Question 28 si une défaillance technique conduisait à l'apparition d'une excentricité du centre de gravité du volant d'inertie d'une valeur e par rapport à son axe de rotation ; déterminer les effets dynamiques de cette excentricité.

Si le centre de gravité est décalé de 3mm, on obtient une accélération du centre de gravité qui vaudra :

$$\|\vec{r}_{G/0}\| = e\omega^2 \text{ et un effort tournant (balourd) d'une valeur de environ } Me\omega^2 \approx 8,2 \times 10^5 N$$

Il vaut mieux qu'une défaillance entraîne un blocage de l'arbre par frottement contre les parois que de tels effets dynamiques qui secouraient violemment le bateau !!

Question 29 déterminer de manière littérale l'expression du couple résistant dû à l'air cisailé sur le volant d'inertie.

Chaque force élémentaire s'appliquant sur une surface dS entraîne un moment :

$$\|\vec{dM}\| = \|\vec{dF}\| \frac{D}{2}$$

$$\vec{dF} = \eta \frac{dv}{dr} dS \vec{e}_\theta \text{ avec } \frac{dv}{dr} = \frac{\omega \frac{D}{2}}{e}; dS = HR d\theta$$

$$|C_{cisaillement}| = \int \|\vec{dM}\| = \int \eta \frac{dv}{dr} dS \frac{D}{2} = \eta \frac{\omega \frac{D}{2}}{e} 2\pi \frac{D}{2} h \frac{D}{2} = \eta \frac{\omega}{e} \pi \frac{D^3}{4} h$$

$$AN : |C_{cisaillement}| = 18,1 \times \frac{523 \times 0,5}{0,003} \times \pi \times 0,4 \times 0,5 \approx 1Nm$$

Question 30 déterminer la puissance perdue par ce phénomène et faire l'application numérique.

$$P_{\frac{\text{air}}{\text{volant}}} = -\omega |C_{\text{cisaillement}}| \approx -523W$$

Question 31 expliquer le raisonnement qui conduit à ne pas étudier les pertes au niveau des autres surfaces du volant d'inertie.

On peut estimer que les pertes au niveau des autres surfaces seront négligeables car :

- le gradient de vitesse est beaucoup plus faible (la distance entre les surfaces en mouvement est beaucoup plus importante, ordre de grandeur 10 fois plus faible au moins).
- la vitesse périphérique au niveau de ces surfaces est moins importante
- la valeur des surfaces sont équivalentes

Les 3 éléments conjoints permettent de justifier de négliger les pertes au niveau des autres surfaces.

Question 32 expliquer et chiffrer le gain énergétique apporté par le vide d'air par rapport à une solution sans vide. Donner deux avantages (autres qu'énergétiques) et deux inconvénients de cette solution de vide.

En considérant la puissance de système de mise sous vide négligeable devant le gain, on peut estimer le gain énergétique à environ 530W (pertes par cisaillement au niveau des surfaces du volant). Le total des pertes étant estimé à 1650W, les pertes ont été réduites de plus de 30%

Avantages : moins de risque d'encrassement/dégradation du système, moins de bruit.

Inconvénients : plus coûteux, technologie plus complexe à mettre en œuvre et risque de pannes, encombrement du système de mise sous vide. La chaleur dégagée par les frottements dans les roulements ne peut être évacuée.

Question 33 déterminer le couple C_{frein} en fonction des positions angulaires θ_2 et θ_{vi} et des efforts F_{vi} . Ecrire le lien entre θ_2 et θ_{vi} .

En calculant le moment généré suivant $\vec{y}_1$ par les différentes forces :

$$C_{frein} = R_f \sum_{i=1}^4 F_{vi} \cos(\theta_2 - \theta_{vi})$$

On peut obtenir le lien entre θ_2 et θ_{vi} par fermeture géométrique (il faut envisager qu'un couple de vérins ait leurs tiges rentrées alors le second couple de vérins voit ses tiges sorties).

On exprime la relation géométrique : $\vec{AB} + \vec{BB'} + \vec{B'A'} + \vec{A'A} = \vec{0}$

On appellera l'allongement d'un vérin ΔL_i , $\vec{AB} = (L_0 + \Delta L_i) \vec{x}_{vi}$; $\vec{B'A'} = -(L_0 - \Delta L_i) \vec{x}_{vi}$; $\vec{BB'} = -2R_f \vec{z}_2$;

$$\vec{A'A} = R_f \vec{x}_1 + \sqrt{3} R_f \vec{z}_1$$

En projetant sur $\vec{z}_1$ et $\vec{x}_1$:

- sur $\vec{z}_1$: $-2\Delta L_i \sin \theta_{vi} - 2R_f \cos \theta_2 + \sqrt{3} R_f = 0$
- sur $\vec{x}_1$: $2\Delta L_i \cos \theta_{vi} - 2R_f \sin \theta_2 + R_f = 0$

On obtient alors en prenant la tangente :

$$\tan \theta_{vi} = \frac{2R_f \cos \theta_2 - \sqrt{3}R_f}{-2R_f \sin \theta_2 + R_f}$$

Question 34 expliquer le type de pilotage du distributeur et l'intérêt de ce choix.

La commande est monostable : le vérin est piloté en position freinage par une commande électromagnétique et le retour à la position repos est fait par un ressort de rappel. En cas d'absence d'énergie les vérins sont bloqués en position.

Question 35 expliquer l'intérêt de ne pas piloter les deux vérins de gauche et les deux vérins de droite avec les mêmes composants en reliant les conduites des vérins.

Il y a une redondance de la commande en cas de panne d'un des deux systèmes hydrauliques. On peut imaginer que le système continue à fonctionner avec un seul couple de vérins.

Question 36 identifier les composants qui doivent dissiper l'énergie de freinage.

Le radiateur permet de dissiper l'énergie de freinage. Au sein du système hydraulique, les restrictions de débit réglables sont les sources de dissipation.

Question 37 proposer une démarche pour dimensionner le débit de la pompe à eau de mer. Mettre en œuvre cette démarche et faire l'application numérique.

On va dimensionner la pompe de manière à ce qu'elle puisse évacuer la chaleur, donc que la puissance de refroidissement soit égale à la puissance perdue au sein du système.

On commence par évaluer la puissance de freinage.

$$P_{freinage} = C_{frein} \omega_{frein} \text{ et } P_{freinageMax} = 4R_f F_{vi} \omega_{frein}$$

$$AN ; P_{freinage} = 4 \times 0,2 \times 1000 \times 2\pi \approx 5kW \text{ (5024W)}$$

La puissance utile de la pompe doit donc être égale à 7kW environ (en considérant la puissance perdue au niveau du volant d'inertie).

La température de chaque gramme d'eau augmente de 20° lors du refroidissement soit une énergie de

$$E_{1g\text{ eau}} = 20 \times 4,18 = 83,6J$$

Ainsi, pour évacuer 6kJ par seconde, le débit massique de la pompe doit être de :

$$q_M = 6024/83,6 \approx 72g/s$$

En prenant une masse volumique de l'eau de $1kg.m^{-3}$ on a un débit de :

$$q_{pompe} = 72.10^{-6}m^3.s^{-1} \text{ (4,3 l/mn)}$$

Question 38 donner deux raisons de la présence des accumulateurs à membrane dans le circuit hydraulique.

- Accommoder les différences de mouvements des deux vérins pilotés (en fonction des conditions de montage, les deux vérins n'auront pas des mouvements exactement opposés)
- Lisser/filtrer les variations d'efforts liées aux chocs, aux efforts extérieurs.

Question 39 en posant les hypothèses nécessaires et en faisant un schéma explicatif, déterminer les actions maximales $F_{mer\ max}$ et le couple maximal $C_{mer\ max}$ exercés par la houle sur le bateau.

On peut envisager deux méthodes pour déterminer ces actions. Une première méthode consiste à partir d'un modèle de la pression appliquée aux flancs du bateau et à déterminer ensuite par intégration l'action mécanique résultante

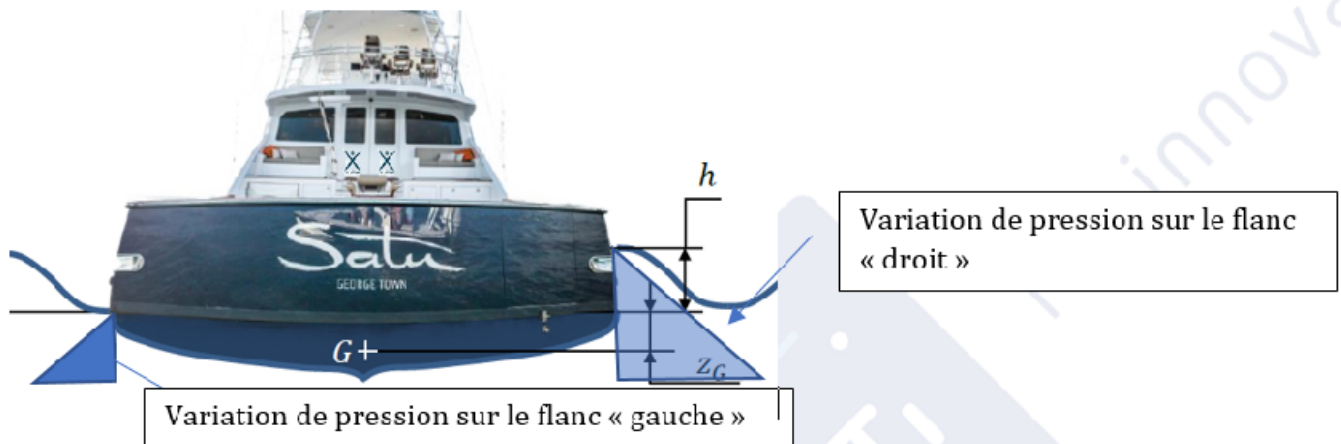
Hypothèses possibles:

- modèle de la pression hydrostatique : $p(M) = P_0 + \rho_{eau} g z_{eau}$

- $\rho_{eau} \approx 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $g \approx 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

On ne prend en compte que la variation de pression liée à la pression hydrostatique (P_0 s'applique sur toute la surface des flancs du bateau)

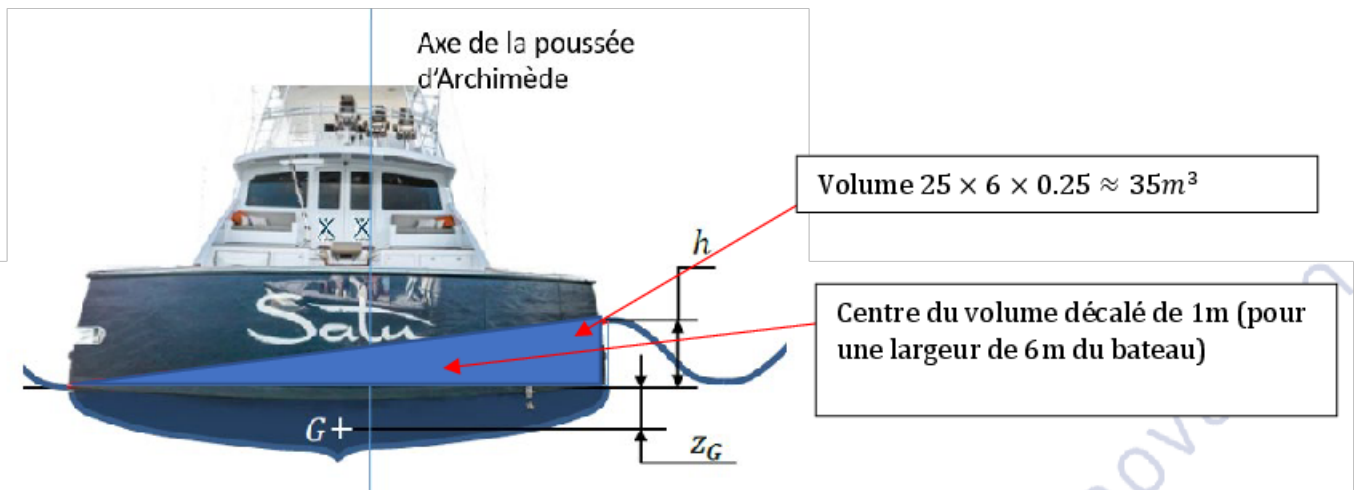
Ce modèle de répartition de pression prend en compte l'évolution de la pression sur les flancs gauche et droit et la partie inférieure du bateau (non représentée ici) mais on manque d'éléments pour une résolution complète (profondeur du bateau sous le centre de gravité).



Une autre manière d'évaluer $C_{mer\ Max}$ est d'utiliser la poussée d'Archimède et de considérer le décalage du centre de poussée sous l'effet de la Houle.

Il n'y a pas de translation du bateau sous l'effet de la houle et on peut considérer après application du théorème de la résultante statique au bateau F_{mer} égale à la poussée d'Archimède et donc à la force de pesanteur (avec une masse de 80 tonnes, $F_{mer} \approx 800000 \text{ N}$ et le volume immergé du bateau est en conséquence égal à 80 m^3).

Le décalage horizontal du centre de volume par rapport au centre de gravité peut être estimé en considérant que le volume immergé peut s'obtenir en traçant une ligne imaginaire comme ci-dessous :



La longueur du bateau est de 25m. En considérant une largeur moyenne du bateau de 6m (maximum donné à 7 m), on a un volume (zone recouverte par la houle) de 35m^3 et le décalage de volume immergé par rapport au centre du bateau est d'environ 1m sur la droite, ce qui correspond à un couple ;

$$C_{merMax} \approx 35 \times 10^4 \times 1 \approx 350 \text{ kNm}$$

Le volume d'eau ainsi que le décalage du centre de poussée a sûrement été surestimé (le bateau est plus fin à ses extrémités) mais on peut garder dans la suite du sujet un ordre de grandeur de 200 kNm pour ce couple.

Question 40 Proposer une expérimentation à réaliser à l'aide du bateau pour obtenir la valeur du coefficient d'amortissement fluide μ dû aux effets de l'eau de mer sur la coque. Expliquer quelles grandeurs seraient mesurées lors de l'expérimentation et comment il serait possible d'obtenir la valeur μ (ne pas faire de calcul).

Une expérimentation possible serait de positionner le bateau avec un angle initial de roulis par mer calme (ou sur un bassin/port, zone au repos) à l'aide d'un autre bateau ou d'un engin externe (treuil/câble) puis de faire un « lâcher » du bateau.

En mesurant la période des oscillations et l'amplitude des oscillations on pourra déterminer le coefficient d'amortissement global du système bateau/mer et donc à partir de l'équation différentielle obtenir la valeur du coefficient d'amortissement fluide.

Question 41 proposer d'une part un modèle théorique et un schéma explicatif de ce phénomène, puis, d'autre part, proposer une expérimentation pour obtenir globalement la valeur de $M_{Satu90.g.l.}$. Expliquer quelles grandeurs seraient mesurées lors de l'expérimentation.

Le fait que le bateau revienne naturellement à la position verticale est lié à l'équilibre statique entre la force de pesanteur et la poussée d'Archimède.

Sans la sollicitation liée à la houle, d'après la symétrie du bateau, les efforts de l'eau sur les flancs droits et gauche se compensent et le bateau est à l'équilibre stable sous l'effet de deux forces, la pesanteur et la poussée. Le centre du volume immergé étant situé au-dessus du centre de gravité, l'équilibre est stable avec le mat vers le haut .



Sous l'effet de la houle lorsque le bateau prend du roulis et s'écarte de la position d'équilibre,



Le centre de gravité se retrouve décalé (vers la gauche sur le schéma) alors que le centre du volume immergé se trouve lui décalé de l'autre côté. Les deux forces créent alors un couple de rappel. Un modèle linéaire semble réaliste pour des petits angles de roulis. Toujours à partir de l'expérience précédente, il faudrait mesurer via un dynamomètre ou autre type de mesure indirecte l'effort nécessaire pour incliner le bateau et l'angle d'inclinaison du bateau avant le lâcher. On peut ainsi directement calculer le couple de rappel.

Question 42 déterminer la fonction de transfert $FT_s(p) = \frac{\theta_1}{c_{mer}}$ sous forme canonique et calculer ses grandeurs caractéristiques (K_s , ω_s et ξ_s). Expliquer l'intérêt du gyrostabilisateur sur le bateau en évaluant l'effet statique de la houle sur l'angle de roulis et faire l'application numérique. Justifier qu'il faut aussi évaluer ce même effet à la fréquence de résonance. Faire l'application numérique.

En appliquant la formule de Black :

$$FT_s(p) = \frac{\theta_1(p)}{c_{mer}(p)} = \frac{\frac{1}{A_1 p}}{1 + \frac{\mu}{A_1 p} + \frac{M_{Satu90} g l}{A_1 p^2}} \frac{1}{p} = \frac{1}{A_1 p^2 + \mu p + M_{Satu90} g l}$$

$$FT_s(p) = \frac{1/M_{Satu90}gl}{\frac{A_1}{M_{Satu90}gl}p^2 + \frac{\mu}{M_{Satu90}gl}p + 1}$$

$$K_S = 1/M_{Satu90}gl; \omega_S = \sqrt{\frac{M_{Satu90}gl}{A_1}}; \xi_S = \frac{\mu}{2\sqrt{M_{Satu90}gl}A_1}$$

On peut estimer l'influence du couple C_{merMax} sur l'angle de roulis statique à partir du résultat précédent :

$$\theta_{RoulisStatique} = K_S C_{merMax}$$

$$AN; \theta_{RoulisStatique} = \frac{1}{M_{Satu90}gl} C_{merMax} \approx 0,62 rad \text{ (} 14^\circ \text{ environ ce qui est très important)}$$

Si on estime ξ_S numériquement :

$$\xi_S = \frac{\mu}{2\sqrt{M_{Satu90}gl}A_1} = \frac{200000}{2\sqrt{80000 \times 10 \times 800000}} = \frac{2}{16} = 0,125$$

L'amplitude de la résonance sera importante. On rappelle l'expression de la surtension en dB liée à la résonance :

$$Q = 20 \log 2\xi_S \sqrt{1 - \xi_S^2} \approx 20 \log 2\xi_S \approx 12 dB$$

Cette résonance correspondra à une amplification de $10^{12/20}$ soit environ un facteur 4

Ainsi, l'oscillation en roulis aura une amplitude de près de 60° avec les estimations fournies. La valeur est très élevée et peu réaliste car il faudrait que la fréquence de la houle coïncide avec la fréquence de résonance (ce qui est possible car la pulsation de résonance se situe aux alentours de $1 rad.s^{-1}$) mais ces estimations illustrent la nécessité d'installer une stabilisation sur le bateau.

Question 43 expliquer si l'ensemble $E = \{\text{bateau} + \text{gyrostabilisateur}\}$ peut être considéré comme un système asservi ou non.

Le dispositif présenté dans le schéma-bloc est un dispositif passif, le schéma représente les équations physiques de l'effet gyroscopique du stabilisateur mais pas un système asservi :

- pas de capteur permettant de créer un écart par rapport à une consigne
- pas de correcteur

L'entrée du schéma est la perturbation C_{mer} et non une consigne angulaire de position.

Question 44 déterminer la fonction de transfert $FT_E(p) = \frac{\theta_1}{C_{mer}}$ sous forme canonique en fonction des valeurs caractéristiques de la fonction de transfert (p) et des constantes K_2 et K_3 du gyrostabilisateur. Déterminer les nouvelles valeurs caractéristiques.

$$FT_E(p) = \frac{\theta_1(p)}{C_{mer}(p)} = \frac{\frac{1}{A_1 p}}{1 + \frac{\mu}{A_1 p} + \frac{M_{Satu90}gl}{A_1 p^2} + \frac{K_2 K_3^2}{A_1 p^2}} \frac{1}{p} = \frac{1}{A_1 p^2 + \mu p + M_{Satu90}gl + K_2 K_3^2}$$

$$FT_E(p) = \frac{\frac{1}{M_{Satu90}gl + K_2K_3^2}}{1 + \frac{A_1}{M_{Satu90}gl + K_2K_3^2}p^2 + \frac{\mu}{M_{Satu90}gl + K_2K_3^2}p}$$

$$K_E = \frac{1}{M_{Satu90}gl + K_2K_3^2}; \omega_E = \sqrt{\frac{M_{Satu90}gl + K_2K_3^2}{A_1}}; \xi_E = \frac{\mu}{2\sqrt{A_1(M_{Satu90}gl + K_2K_3^2)}}$$

Ou plutôt d'après le sujet :

$$FT_E(p) = \frac{FT_S(p)}{1 + FT_S(p)K_2K_3^2} = \frac{K_s}{K_sK_2K_3^2 + 1 + \frac{2\xi_s}{\omega_s}p + \frac{1}{\omega_s^2}p^2}$$

$$FT_E(p) = \frac{\frac{K_s}{K_sK_2K_3^2 + 1}}{1 + \frac{2\xi_s}{\omega_s(K_sK_2K_3^2 + 1)}p + \frac{1}{\omega_s^2(K_sK_2K_3^2 + 1)}p^2}$$

$$K_E = \frac{K_s}{K_sK_2K_3^2 + 1}; \omega_E = \omega_s \sqrt{K_sK_2K_3^2 + 1} \text{ et } \xi_E = \frac{\xi_s}{\sqrt{K_sK_2K_3^2 + 1}}$$

On obtient bien le même résultat qu'avec le calcul direct de la fonction de transfert.

Les AN donnent :

$$K_E \approx 1,23 \times 10^{-8} \text{ (100 fois plus faible que } K_s \text{ en statique)}$$

Par contre, ξ_E est réduit et vaut maintenant environ 1/10 de ξ_s soit 0,0125. La résonance sera amplifiée mais dans un même temps la pulsation de résonance augmente et s'éloigne surement des périodes classiques de houle (pulsation autour de 10 rad.s⁻¹, ce qui ne peut plus être considéré comme de la houle d'après le sujet).

Question 45 conclure sur les capacités de ce système à diminuer les effets de la houle.

L'amplitude de la résonance est augmentée d'un facteur 10 soit 40 fois la valeur des oscillations en statique.

Ainsi, l'oscillation en roulis aura une amplitude de environ 0,15° en statique et jusqu'à 6° à la résonance avec les estimations fournies (amplitude divisée par 100 en statique et par 10 à la résonance). Ce système semble d'après le modèle en capacité à diminuer les effets de la houle d'autant plus que la fréquence de la houle ne coïncidera surement pas avec la fréquence de la houle (remarque Q44)

Question 46 déterminer la fonction de transfert $FT_{\theta_2}(p) = \frac{\theta_2}{C_{mer}}$ en fonction des valeurs caractéristiques de la fonction de transfert (p) et des constantes K_2 et K_3 du gyrostabilisateur. Analyser cette fonction et montrer en quoi matériellement le système ne peut fonctionner sans modification.

$$\theta_2 = \frac{\theta_1}{p} K_2 K_3 \text{ et donc } FT_{\theta_2}(p) = \frac{\theta_2}{C_{mer}} = \frac{FT_S(p)K_2K_3}{1 + FT_S(p)K_2K_3^2} \frac{1}{p}$$

On a ici un intégrateur qui se rajoute à la fonction, et le gain K_{θ_2} vaut $\frac{K_sK_2K_3}{K_sK_2K_3^2 + 1}$ soit environ $\frac{1}{40000}$

Même si les sollicitations seront sinusoïdales, l'effet intégrateur (avec l'ordre de grandeur de C_{mer} calculé précédemment) montre que l'angle va augmenter de manière permanente pour un angle de roulis constant et

atteindre rapidement 70° (environ 1,5s). Le système pose donc des problèmes de fonctionnement à cause de la limite sur θ_2

Question 47 expliquer pourquoi il n'est pas pertinent d'asservir le couple de freinage C_{frein} en fonction de l'angle θ_2 . Si un tel asservissement était mis en place, quelle serait la difficulté de modélisation avec la théorie des systèmes linéaires continus invariants?

Si $C_{frein} = K_{Ass}\theta_2$ alors le couple devient moteur si θ_2 et $\dot{\theta}_2$ de signe opposé. Le frein ne fonctionne que dans un seul sens (freine mais ne motorise pas) il s'agit donc d'un système non linéaire.

Question 48 déterminer la fonction de transfert sous forme canonique en fonction des valeurs caractéristiques de la fonction de transfert $FT_S(p)$ et des constantes K_2 , K_3 et K_{Ass} .

$$FT_{Ass}(p) = \frac{FT_S(p)}{1 + FT_S(p)p \frac{K_2 K_3^2}{1 + \frac{K_2 K_{Ass}}{p}}} = \frac{FT_S(p)}{1 + FT_S(p)p \frac{K_2 K_3^2}{p + K_2 K_{Ass}}}$$

$$FT_{Ass}(p) = \frac{FT_S(p)(p + K_2 K_{Ass})}{(p + K_2 K_{Ass}) + K_2 K_3^2 p FT_S(p)}$$

$$FT_{Ass}(p) = \frac{K_S(p + K_2 K_{Ass})}{(p + K_2 K_{Ass}) + \frac{2\xi_S}{\omega_S} p(p + K_2 K_{Ass}) + \frac{p^2}{\omega_S^2} (p + K_2 K_{Ass}) + K_2 K_3^2 K_S p}$$

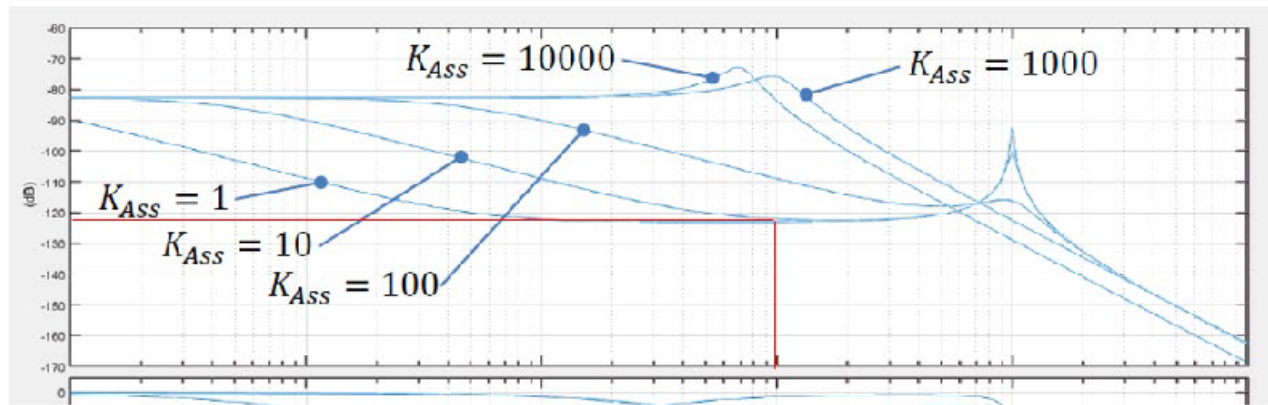
$$FT_{Ass}(p) = \frac{K_S \left(1 + \frac{1}{K_2 K_{Ass}} p\right)}{1 + \frac{2\xi_S K_2 K_{Ass}}{\omega_S} + K_2 K_3^2 K_S \frac{2\xi_S + \frac{K_2 K_{Ass}}{\omega_S^2}}{\omega_S} p + \frac{1}{K_2 K_{Ass}} p^2 + \frac{1}{\omega_S^2} p^3}$$

Question 49 évaluer la différence de comportement à une entrée en échelon du « Satu 90 » avec et sans le gyrostabilisateur lorsqu'on laisse le temps au système de se stabiliser. Ce résultat est-il physiquement explicable ?

Pour une entrée en échelon (de couple) et en laissant le système se stabiliser, le comportement du système avec et sans gyrostabilisateur est similaire. En effet, de par son principe de fonctionnement, le gyrostabilisateur ne peut exercer une action maintenue dans le temps.

Question 50 pour une houle dont la période serait de 6 s environ, évaluer l'angle de roulis maximal du bateau si $K_{Ass} = 10$.

La période de la houle étant de 6s environ, la pulsation de la houle est d'environ 1s.



Le gain est d'environ -120dB (amplitude divisée par 10^6). L'entrée étant un couple de 20000Nm, l'amplitude des oscillations est de $2 \cdot 10^{-2}$ rad soit environ $1,15^\circ$

Question 51 à partir des données précédentes, choisir et justifier une valeur du coefficient K_{Ass} .

On observe que pour des valeurs de K_{Ass} inférieures à 500, l'angle θ_2 atteint ses limites de fonctionnement. On peut imaginer qu'avec une valeur de K_{Ass} proche de 200, on atteindrait à peu près la limite des 70°

Par contre, l'atténuation du système est meilleure pour une houle sinusoïdale avec des valeurs faibles de K_{Ass} .

On peut proposer une valeur de 500 afin de trouver un compromis entre réponse à une houle sinusoïdale ou réponse à un échelon (vague importante).

Question 52 expliquer et vérifier l'affirmation du constructeur selon laquelle « Le Seakeeper 35 élimine jusqu'à 95% des effets de la houle » et indiquer si les performances pour une longue période de houle sont satisfaisantes.

L'affirmation du constructeur selon laquelle « Le Seakeeper 35 élimine jusqu'à 95% des effets de la houle » peut se traduire par le fait que l'amplitude des oscillations est réduite de 95% (divisée par 20) dans les conditions optimales d'utilisation du système.

Autour de $t = 280s$, l'amplitude des oscillations sans le système est de 11° alors qu'elle est bien inférieure à $0,5^\circ$ avec le Seakeeper, on peut donc valider l'affirmation du constructeur.

Les performances pour une période de houle élevée sont moins « impressionnantes » (amplitude réduite de moitié) mais les oscillations du bateau sans le système restent faibles et ces conditions doivent être assez rares.

Pour une période « classique » de houle les résultats sont les meilleurs (forte réduction). Les performances globales sont donc satisfaisantes.

Question 53 à partir de l'instant où le propriétaire appuie sur la touche « mise en route » sur le pupitre de commande du gyroscope, écrire chronologiquement les événements qui conduisent au début de la stabilisation. Indiquer matériellement sur quels composants agit la commande pour mettre en route le système.

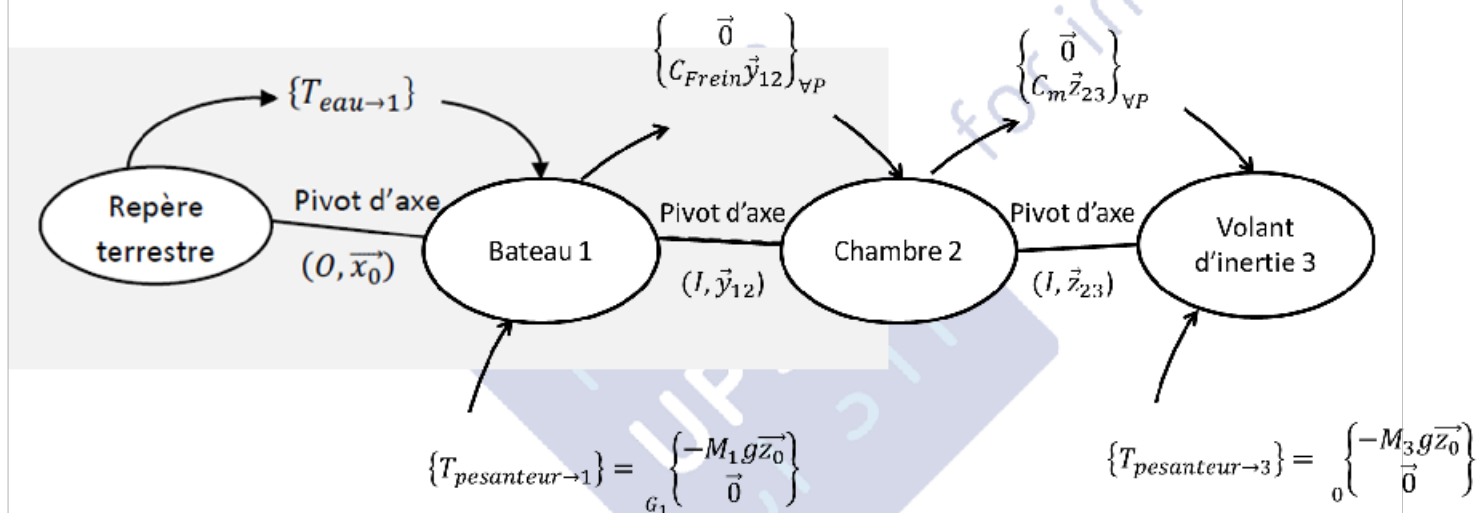
- Avant l'appui sur la mise en route, θ_2 est bloqué. Il y a rotation du volant d'inertie mais les effets sur la stabilisation sont négligeables (simplement l'augmentation du moment d'inertie liée au stabilisateur)
- Appui sur la touche « mise en route »

- Déblocage de la rotation θ_2 . Le frein qui bloquait θ_2 est libéré, le système prend sa position d'équilibre et l'amplitude de l'oscillation sur θ_1 est réduite. La mise en fonctionnement du système d'asservissement de freinage (distributeur) permet de limiter l'amplitude de θ_2 .

Question 54 quelle que soit la procédure de lancement choisie, évaluer si l'hypothèse des conditions initiales nulles est toujours vérifiée pour les modélisations choisies précédemment et proposer une solution permettant de pouvoir faire des études même si les conditions initiales ne sont pas nulles.

Les conditions initiales ne sont pas toujours nulles. Elles sont nulles pour l'angle θ_2 au démarrage de la simulation mais pas pour θ_1 . Pour travailler (modéliser) avec un problème à CI non nulles (par exemple $\theta_1(0) = \theta_0$) on travaille avec une nouvelle fonction $\theta_1^*(t) = \theta_1(t) - \theta_0$ par exemple.

Question 55 faire le graphe de liaisons du système étudié afin d'expliquer la démarche permettant de déterminer les équations différentielles du mouvement. Préciser les isoléments, les théorèmes, les équations et projections utilisés. Aucun calcul n'est attendu dans cette question.



Les actions de pesanteur ne seront pas prises en compte. Les liaisons sont simplifiées par les liaisons équivalentes mais les actions de liaison n'étant pas à déterminer, cette simplification ne modifie rien aux équations obtenues.

Les trois équations à écrire :

- Théorème du Moment Dynamique appliqué à 3 au point I et en projection sur $\vec{z}_{23}$
- Théorème du Moment Dynamique appliqué à {2+3} au point I et en projection sur $\vec{y}_{12}$
- Théorème du Moment Dynamique appliqué à {1+2+3} au point I et en projection sur $\vec{x}_0$

Question 56 justifier les cinq hypothèses précédentes.

L'objectif des différentes hypothèses émises est de simplifier les calculs et d'obtenir un système d'équations différentielles linéaires permettant une modélisation par des systèmes asservis.

- Les angles θ_1 et θ_2 sont considérés petits donc $\cos \theta_1 \approx \cos \theta_2 \approx 1$ et $\sin \theta_1 \approx \sin \theta_2 \approx 0$

Hypothèses permettant de simplifier les expressions de calcul des différents moments dynamiques puis de linéariser. L'hypothèse sur θ_1 semble cohérente alors que celle sur θ_2 n'est pas valide pour tout le fonctionnement du mécanisme, θ_2 atteignant 70°

- La valeur $\dot{\theta}_3$ est une constante

Simplifie le calcul des quantités dynamiques et cohérent avec le fonctionnement du stabilisateur qui tourne à une vitesse régulée

- I est le centre de gravité du volant (3), de la chambre (2), et du navire (1)

Hypothèse qui permet de s'affranchir des couples de pesanteur et qui est assez cohérente (on va implanter le système de manière à ne pas modifier la position du centre de gravité du bateau)

- Les matrices d'inertie de (1), de (2) et de (3) sont de la forme :

Vérifié pour les pièces de révolution, on peut considérer que le bateau a deux plans de symétrie $(\vec{x}_0, \vec{y}_0)$ et $(\vec{y}_0, \vec{z}_0)$ en première approximation.

- On choisit $\cos\theta_3 = \sin\theta_3 = 0$ (l'effet de l'angle θ_3 est négligé).

On a invariance par rotation d'angle θ_3 de la géométrie du gyroscope. L'effet de θ_3 est négligé.

Question 57 en prenant en compte les hypothèses précédentes, écrire toutes les équations différentielles du mouvement en fonction de $\theta_1, \theta_2, \theta_3$, de leurs dérivées première et seconde, de C_{mer}, C_{frein} et C_m .

On applique le TMD à {3} au point O en projection sur $\vec{z}_{23}$

$$\vec{z}_2 \cdot \overrightarrow{\delta_{I,3/0}} = \vec{z}_2 \cdot \left(\frac{d}{dt} \overrightarrow{\sigma_{I,3/0}} \right)_0 = \vec{z}_{23} \cdot \left(\frac{d}{dt} \overrightarrow{\sigma_{I,3/0}} \right)_0$$

$$\overrightarrow{\sigma_{I,3/0}} = A_3 \dot{\theta}_1 \cos \theta_2 \vec{x}_2 + B_3 \dot{\theta}_2 \vec{y}_2 + C_3 (\dot{\theta}_1 \sin \theta_2 + \dot{\theta}_3) \vec{z}_2 \approx A_3 \dot{\theta}_1 \vec{x}_2 + B_3 \dot{\theta}_2 \vec{y}_{12} + C_3 \dot{\theta}_3 \vec{z}_2$$

$$\vec{z}_2 \cdot \left(\frac{d}{dt} \overrightarrow{\sigma_{I,3/0}} \right)_0 = \vec{z}_2 \cdot (A_3 \ddot{\theta}_1 \vec{x}_2 - A_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \vec{z}_2 + A_3 \ddot{\theta}_2 \vec{y}_{12} + B_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \vec{z}_2 + C_3 \ddot{\theta}_3 \vec{z}_2 + C_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \vec{x}_2 - C_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 \vec{y}_2)$$

Première équation de mouvement ($\ddot{\theta}_3 = 0$) :

$$C_m = (B_3 - A_3) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2$$

On applique le TMD à {2+3} au point I en projection sur $\vec{y}_{12}$

Calcul de la quantité dynamique 3/0 :

$$\vec{y}_{12} \cdot \overrightarrow{\delta_{I,3/0}} = \vec{y}_{12} \cdot \left(\frac{d}{dt} \overrightarrow{\sigma_{I,3/0}} \right)_0 = \vec{y}_{12} \cdot \left(\frac{d}{dt} \overrightarrow{\sigma_{I,3/0}} \right)_0$$

$$\overrightarrow{\sigma_{I,3/0}} \approx A_3 \dot{\theta}_1 \vec{x}_2 + B_3 \dot{\theta}_2 \vec{y}_{12} + C_3 \dot{\theta}_3 \vec{z}_2$$

$$\vec{y}_{12} \cdot \left(\frac{d}{dt} \overrightarrow{\sigma_{I,3/0}} \right)_0 = \vec{y}_{12} \cdot (A_3 \ddot{\theta}_1 \vec{x}_2 - A_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \vec{z}_2 + B_3 \ddot{\theta}_2 \vec{y}_{12} + B_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \vec{z}_2 + C_3 \ddot{\theta}_3 \vec{z}_2 + C_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \vec{x}_2 - C_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 \vec{y}_2)$$

$$\vec{y}_{12} \cdot \overrightarrow{\delta_{I,3/0}} = A_3 \ddot{\theta}_2 - C_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3$$

Calcul de la quantité dynamique 2/0 :

$$\vec{y}_{12} \cdot \overrightarrow{\delta_{I,2/0}} = \vec{y}_{12} \cdot \left(\frac{d}{dt} \overrightarrow{\sigma_{I,2/0}} \right)_0$$

$$\overrightarrow{\sigma_{I,2/0}} \approx A_2 \dot{\theta}_1 \overrightarrow{x_2} + B_2 \dot{\theta}_2 \overrightarrow{y_{12}} \text{ et } \overrightarrow{\delta_{I,2/0}} \approx A_2 \ddot{\theta}_1 \overrightarrow{x_2} - A_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \overrightarrow{z_2} + B_2 \ddot{\theta}_2 \overrightarrow{y_{12}} + B_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \overrightarrow{z_1}$$

$$\overrightarrow{y_{12}} \cdot \overrightarrow{\delta_{I,2/0}} = B_2 \ddot{\theta}_2$$

Calcul des actions mécaniques appliquées :

$$\overrightarrow{y_{12}} \cdot \overrightarrow{M_{O,2+3 \rightarrow 2+3}} = C_{frein}(t)$$

On obtient l'équation suivante :

$$B_2 \ddot{\theta}_2 + B_3 \ddot{\theta}_2 - C_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 = C_{frein}(t)$$

Enfin, on applique le TMD à {1+2+3} au point I en projection sur $\overrightarrow{x_{10}}$:

Calcul de la quantité dynamique 3/0 :

$$\overrightarrow{x_{10}} \cdot \left(\frac{d}{dt} \overrightarrow{\sigma_{I,3/0}} \right) = \overrightarrow{x_{10}} \cdot (A_3 \ddot{\theta}_1 \overrightarrow{x_2} - A_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \overrightarrow{z_2} + A_3 \ddot{\theta}_2 \overrightarrow{y_{12}} + A_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \overrightarrow{z_1} + C_3 \ddot{\theta}_3 \overrightarrow{z_2} + C_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \overrightarrow{x_2} + C_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 \overrightarrow{y_2})$$

$$\overrightarrow{x_{10}} \cdot \overrightarrow{\delta_{I,3/0}} \approx A_3 \ddot{\theta}_1 + C_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3$$

Calcul de la quantité dynamique 2/0 :

$$\overrightarrow{y_{12}} \cdot \overrightarrow{\delta_{I,2/0}} = \overrightarrow{y_{12}} \cdot \left(\frac{d}{dt} \overrightarrow{\sigma_{I,2/0}} \right)_0$$

$$\overrightarrow{\delta_{I,2/0}} \approx A_2 \ddot{\theta}_1 \overrightarrow{x_2} - A_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \overrightarrow{z_2} + B_2 \ddot{\theta}_2 \overrightarrow{y_{12}} + B_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \overrightarrow{z_1}$$

$$\overrightarrow{x_{10}} \cdot \overrightarrow{\delta_{I,2/0}} = A_2 \ddot{\theta}_1$$

Calcul de la quantité dynamique 1/0 :

$$\overrightarrow{x_{10}} \cdot \overrightarrow{\delta_{I,1/0}} = A_1 \ddot{\theta}_1$$

Calcul des actions mécaniques appliquées :

$$\overrightarrow{x_{01}} \cdot \overrightarrow{M_{O,1+2+3 \rightarrow 1+2+3}} = C_{mer}(t)$$

Au final, la troisième équation nous donne :

$$(A_1 + A_2 + A_3) \ddot{\theta}_1 + C_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 = C_{mer}(t)$$

Au final :

$$B_2 \ddot{\theta}_2 + B_3 \ddot{\theta}_2 - C_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 = C_{frein}(t)$$

$$(A_1 + A_2 + A_3) \ddot{\theta}_1 + C_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 = C_{mer}(t)$$

$$(B_3 - A_3) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 = C_m(t)$$

Question 58 en imaginant que le constructeur veuille fabriquer un gyrostabilisateur sur le modèle du « Seakeeper 35 » pour une embarcation de type « zodiac », énoncer les caractéristiques à modifier et les conséquences de ces choix par rapport aux critères abordés dans le sujet.

Un zodiac est une embarcation beaucoup plus légère et avec un tirant d'eau faible. Les caractéristiques de masse et d'encombrement du gyrostabilisateur sont bien évidemment à adapter (réduire la masse et l'inertie principalement pour fournir un couple de stabilisation adapté). Les zodiacs sont souvent utilisés par des services de secours en mer, pour des interventions rapides et une mise en œuvre plus rapide du stabilisateur pourrait être appropriée.

Avec la masse réduite, il est probable que le zodiac soit sensible à des fréquences de houle plus élevées que le yacht et donc la bande passante du système est à adapter.

